

Riesgo e incertidumbre

Macroeconomía avanzada

ITAM, Otoño 2026

Semana 5

Introducción

El marco de análisis neoclásico es coherente con los hechos estilizados que se derivan del análisis a largo plazo de la contabilidad nacional. La teoría de ciclos reales incorpora choques aleatorios estructurales a parámetros tecnológicos, fiscales o de preferencias como factores causantes de las fluctuaciones. Estudiar el papel del riesgo que introducen esos choques exige un marco analítico propio: estados de la naturaleza, mercados contingentes y reparto eficiente del riesgo.

- Comenzamos introduciendo la noción de estados de la naturaleza y su distribución, y cómo la productividad total de los factores puede definirse como un conjunto de estados de la naturaleza con cierta probabilidad
- Extenderemos el concepto de estado de la naturaleza en un contexto dinámico, estudiaremos cómo definir el equilibrio competitivo y cómo corresponde a la asignación de un planificador social
- Terminaremos aplicando esos conceptos a una economía donde el riesgo se origina en el comportamiento aleatorio de la productividad total de los factores

Tres termómetros de $\pi(s)$

Antes de formalizar $\pi(s)$, veámosla en los datos. Tres medidas de incertidumbre normalizadas:

- **JLN** (macro): imprevisibilidad pura en 132 series mensuales, desde 1960.
- **EPU** (política económica): textual en prensa, desde 1985.
- **VIX**: volatilidad financiera neutral al riesgo, desde 1990.

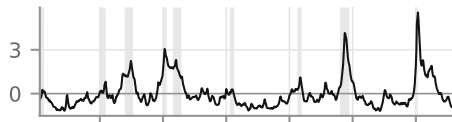
Las tres se disparan en 2008 y 2020; la JLN también en 1980–82. Pero **no siempre juntas**: el EPU salta con elecciones o el Brexit sin que la JLN se mueva.

Python (puremacro) — puremacro.fetch

```
from puremacro import fetch
from puremacro.fetch import epu, jln
jln_u = jln.fetch()           # macro (JLN)
epu_u = epu.fetch()           # política (EPU)
vix   = fetch.fetch_fred('VIXCLS') # activos
```

Pregunta abierta: ¿la incertidumbre *causa* las recesiones o al revés? Queda abierta hasta tener herramientas de identificación.

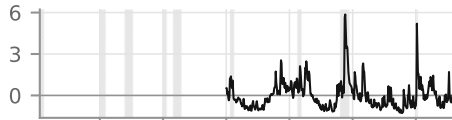
Macro: JLN (h = 1)



Política económica: EPU



Financiera: VIX



1970 1980 1990 2000 2010 2020

Estados de la naturaleza

Supongamos una economía poblada por $I > 1$ hogares que son propietarios de una dotación $y_i(s)$, donde $s \in \mathcal{S}$ es la realización de un estado de la naturaleza, con una distribución de probabilidad bien definida $\pi(s)$, tal que

$$\int_{\mathcal{S}} \pi(ds) = 1.$$

Típicamente asumimos que tiene un soporte discreto porque, en la práctica, resolvemos la mayoría de estos modelos numéricamente, por lo tanto $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$, con probabilidades $\pi(s) \in (0, 1)$ tales que:

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \pi(s) = 1.$$

La teoría de ciclos reales postula que la productividad total de los factores es la que determina el estado de la naturaleza en el que se encuentra una economía: recesión, expansión, etcétera. Vamos a mostrar cómo la productividad se comporta como un proceso aleatorio estable.

$\pi(s)$ estimada: Growth-at-Risk

$\pi(s)$ no es un objeto abstracto: puede estimarse. Adrian, Boyarchenko y Giannone (2019) estiman los **cuantiles** del crecimiento del PIB condicionales al estrés financiero (NFCI):

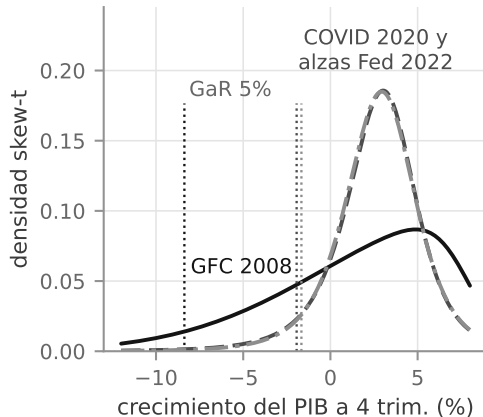
$$Q_{y_{t+h}}(\tau | \mathcal{F}_t) = \alpha(\tau) + \beta(\tau)y_t + \gamma(\tau)\text{NFCI}_t.$$

Ajustando los cuantiles a la densidad skew- t de Azzalini, recuperan la **distribución condicional completa**:

Python (puremacro) — puremacro.gar (T03_C)

```
from puremacro import fetch, gar
y = fetch.fetch_fred('A191RL1Q225SBEA')
nfc_i_q = fetch.fetch_fred('NFCI').resample('QS').mean()
idx = y.index.intersection(nfc_i_q.index)
res = gar.qar(y.loc[idx], quantiles=(0.05, 0.25, 0.50, 0.75, 0.95),
             horizons=(1, 4), p=4, controls=nfc_i_q.loc[idx])
h4 = res[res.h == 4]
st = gar.fit_skewt_to_quantiles(dict(zip(h4.tau, h4.q_pred)))
```

Remate: cada curva es $\pi(s)$: el NFCI del pico de 2008 (+2.77) empuja masa a la cola izquierda —GaR 5 % de -8.4 %, frente a -1.9 % en 2020 y -1.7 % en 2022, a cuatro trimestres— y la derecha apenas se mueve.



Puente operativo

¿Conviene un S discreto o continuo? Para resolver modelos dinámicos cuantitativos, la respuesta operativa es la discretización (Tauchen / Rouwenhorst).

Distribución estacionaria de productividad

La literatura de ciclos económicos reales le da una interpretación causal a la productividad y suele estimar sus choques estructurales ϵ_{at+1} como residuo de

$$a_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \rho_a a_t + \epsilon_{at+1},$$

donde a_t es el logaritmo de la productividad total de los factores, medida usando técnicas de contabilidad de crecimiento, y $\epsilon_{at+1} \sim N(0, \sigma_a^2)$. Este proceso generador de datos (**PGD**) no tiene por qué ser “verdadero”:

- a_t no tiene por qué ser estacionario en torno a una tendencia
- El uso variable del capital puede hacer que ρ_a esté sesgado
- ϵ_{at+1} no tiene por qué ser homocedástico

Reestimar el PGD con la TFP de Fernald

Estimamos el PGD con la TFP trimestral de Fernald, dos veces: con la serie **cruda** (dtfp) y con la **ajustada por utilización** (dtfp_util).

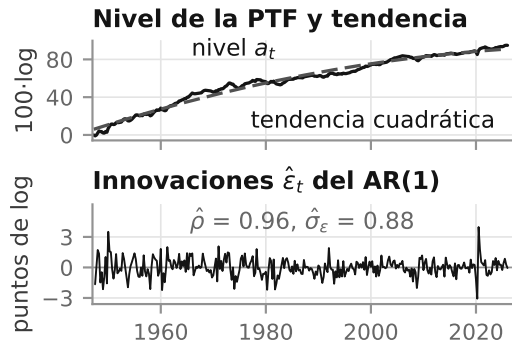
```
import pandas as pd
from puremacro import volatility
url = 'https://www.frbsf.org/wp-content/uploads/quarterly_tfp.xlsx'
tfp = pd.read_excel(url, sheet_name='quarterly', header=1)
# columnas dtfp (cruda) y dtfp_util (ajustada): acumular a niveles a_t
# MCO:  $a[t+1] \sim 1 + t + t^2 + a[t]$  -> (rho_a, sigma_a) y residuos res
# [esquemático: el MCO que define res está completo en figuras_curso.py]
volatility.arch_lm_test(res)          # ARCH-LM sobre los residuos
volatility.ljung_box_squared(res)     # Ljung-Box sobre  $\epsilon^2$ 
# alternativa mínima: from puremacro.fetch import fernald ->
# fernald.fetch() (solo dtfp_util; para el contraste con la
# dtfp cruda, citar los rho del paper)
```

Los $(\hat{\rho}_a, \hat{\sigma}_a)$ estimados aquí alimentan el laboratorio de Tauchen; la lámina siguiente los pone sobre la serie.

(Fernald 2014; Basu, Fernald y Kimball 2006; Tauchen 1986)

Cada salvedad recibe su veredicto empírico

Serie	$\hat{\rho}_a$ (nivel)	$\hat{\sigma}_\epsilon$	autocorr. del crecimiento
dtfp (cruda)	0.964	0.88	0.14
dtfp_util (ajustada)	0.965	0.81	-0.06

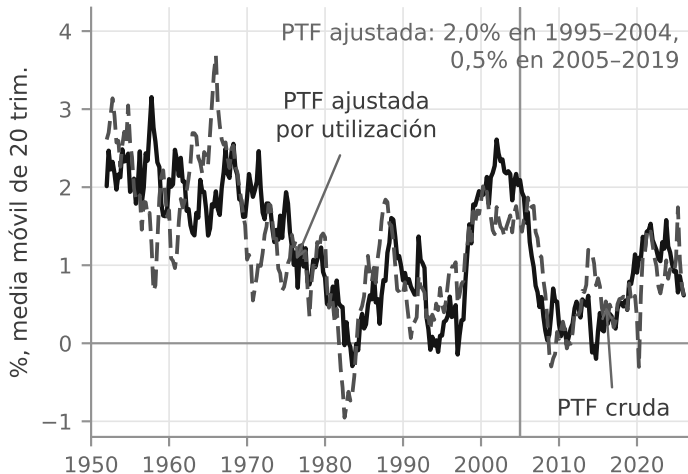


Los dos paneles son la primera fila de la tabla: el nivel con su tendencia y las innovaciones del AR(1).

(Fernald 2014; Basu, Fernald y Kimball 2006)

- **Uso variable del capital:** medido en lugar de conjeturado, el veredicto sorprende: $\hat{\rho}_a$ del nivel apenas se mueve; lo que hace el ajuste por utilización es borrar la autocorrelación del crecimiento trimestral ($0.14 \rightarrow -0.06$) y recortar $\hat{\sigma}_\epsilon$
- **Homocedasticidad:** depende de la serie. Con la **cruda**, ARCH-LM ($p = 2 \times 10^{-7}$) y Ljung-Box sobre ϵ^2 ($p = 8 \times 10^{-6}$) rechazan de plano; con dtfp_util **no** rechazan ($p \approx 0.15$): el ajuste por utilización se lleva también buena parte de la heterocedasticidad. La figura del GARCH se estima sobre dtfp
- **Estacionariedad en torno a una tendencia:** la tendencia cuadrática es una decisión de especificación, no un hecho; el debate regresa con los métodos de identificación

La PTF de Fernald: cruda frente a ajustada por utilización



La distancia entre las dos curvas es el uso variable del capital: se abre en las recesiones, cuando la PTF cruda exagera el frenazo.

σ_a no es constante: GARCH y la Gran Moderación

La tercera salvedad — la homocedasticidad — merece un examen aparte. Los residuos del PGD estimado con la TFP de Fernald son el insumo:

```
from puremacro import garch
g = garch.garch11_fit(res, mean='constant') # res: residuos del PGD
g.sigma # volatilidad condicional (res: MCO anterior, figuras_curso.py)
```

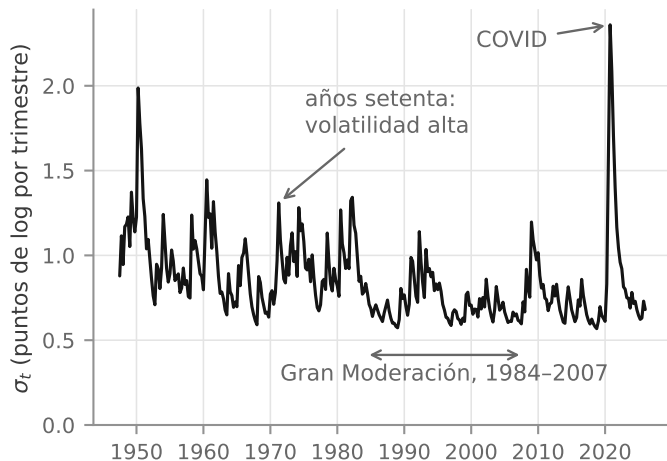
La serie de volatilidad condicional resultante está en la lámina siguiente.

- Años setenta volátiles, **Gran Moderación** 1984–2007, pico COVID: σ_a tiene su propia historia
- Si σ_a se mueve, el estado no es a sino (a, σ_a) : **la volatilidad es en sí misma un choque** — exactamente lo que medían los tres termómetros de la apertura
- Sobre la pregunta abierta: la incertidumbre **macro** responde a la actividad; la **financiera** actúa como impulso (Ludvigson, Ma y Ng 2021). Y las *noticias* sobre productividad futura también mueven el ciclo (Beaudry y Portier)

Sea cual sea el PGD estimado, para resolver el modelo debemos transformarlo en un proceso discreto, lo cual generalmente se realiza mediante un **método de cuadratura**. Una de las cuadraturas más populares en economía es la **discretización de Tauchen**.

(McConnell y Pérez-Quirós 2000; Justiniano y Primiceri 2008; Fernández-Villaverde y Rubio-Ramírez 2013; Ludvigson, Ma y Ng 2021; Beaudry y Portier 2006)

Volatilidad condicional de la TFP: setenta, Gran Moderación y COVID



$\hat{\sigma}_t$ del GARCH(1,1) sobre los residuos del PGD de la TFP **cruda** de Fernald (dtfp): con dtpf_util no se rechaza la homocedasticidad.

Companion notebook: T03_B_garch_volatility (clustering, apalancamiento y contraste GARCH(1,1) vs. GJR-GARCH(1,1,1) sobre el VIX).

Dinámica macro ante choques de volatilidad estocástica

Choques de segundo momento

En aproximaciones de 1.^{er} orden, los choques de incertidumbre tienen efecto nulo por certeza equivalente ($\mathbb{E}_t[\sigma_{t+1}^2]$ desaparece de las reglas lineales).

En perturbaciones de 2.^o/3.^{er} orden o **GIRF**, un salto en la incertidumbre ($\Delta\sigma_t > 0$) provoca:

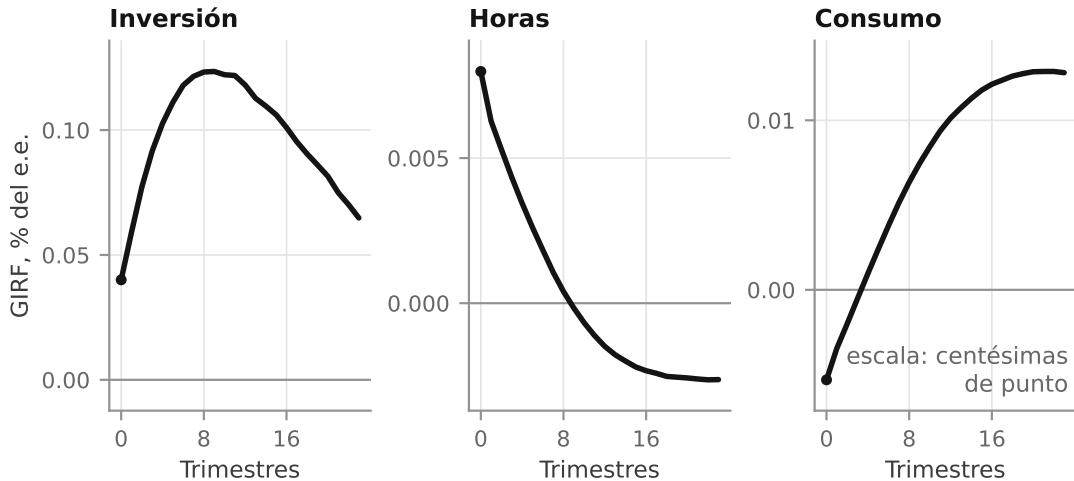
- **Caída precautoria inmediata** en consumo, inversión y horas trabajadas.
- Aumento en la demanda de activos de amortiguamiento (*buffer stock*).

Python (puremacro) — puremacro.dsge (T02_B, celda 7)

```
# GIRF por perturbacion con pruning
sol3 = m.solve(order=3)
girf = sol3.girf('e_a', horizon=40, size=0.007)
# el choque del cuaderno es de PTF; la lamina
# siguiente resuelve globalmente un RBC con
# volatilidad de dos estados
```

(Bloom 2009; Fernández-Villaverde et al. 2011; Basu y Bundick 2017) | Companion notebook: T02_B (GIRF a 2.^o y 3.^{er} orden con pruning).

El GIRF del choque de volatilidad, panel a panel



Ojo a la escala, en centésimas de punto: aquí el salto de σ_t se transmite por el ahorro y la inversión es la que más responde.

Discretización de Tauchen

$$a_{t+1} = (1 - \rho_a)\mu_a + \rho_a a_t + \epsilon_{at+1}, \quad \epsilon_{at+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_a^2).$$

- Objetivo: aproximar por una **cadena de Markov** finita con estados $\{a_1, \dots, a_S\}$ y matriz Π .¹
- **Malla equiespaciada** sobre la desviación estándar *incondicional* $\sigma_a / \sqrt{1 - \rho_a^2}$ (aquí σ_a es la desviación estándar del choque ϵ_{at+1}):

$$a_1 = \mu_a - m \frac{\sigma_a}{\sqrt{1 - \rho_a^2}}, \quad a_S = \mu_a + m \frac{\sigma_a}{\sqrt{1 - \rho_a^2}}, \quad \Delta = \frac{a_S - a_1}{S - 1}, \quad a_i = a_1 + (i - 1)\Delta.$$

Típicos: $m \in [3, 4]$, $S \geq 5$ (7-11 habitual).

- Calculamos una matriz de probabilidades

$$\Pi_{ij} = \Phi\left(\frac{b_{j+\frac{1}{2}} - \mu_a - \rho_a(a_i - \mu_a)}{\sigma_a}\right) - \Phi\left(\frac{b_{j-\frac{1}{2}} - \mu_a - \rho_a(a_i - \mu_a)}{\sigma_a}\right),$$

donde

$$b_{j+\frac{1}{2}} = \frac{a_j + a_{j+1}}{2}, \quad j = 1, \dots, S - 1.$$

También debemos aproximar la probabilidad de los extremos.

¹Farmer y Toda (2017, *Quantitative Economics*) proponen la discretización moderna por máxima entropía, que iguala momentos condicionales exactamente y domina a Tauchen y Rouwenhorst en procesos no gaussianos.

El equivalente discreto a un proceso autorregresivo de orden 1 es una cadena de Markov con matriz de transición Π , que describe la transición condicional sobre una malla y genera un proceso dinámico en la probabilidad de cada nivel de productividad, que escribimos como:

$$\pi'_a = \Pi^\top \pi_a,$$

donde un elemento característico de la matriz de transición es $\pi(a'|a) \in \Pi$ tal que:

$$\sum_{a' \in \mathcal{A}} \pi(a'|a) = 1 \quad \forall a \in \mathcal{A}.$$

Esta matriz de transición induce una distribución estacionaria de productividad $\pi(a)$.

- La distribución estacionaria es el autovector izquierdo asociado al autovalor unitario de Π

$$(\Pi^\top - I) \pi_a = 0$$

Tauchen en 20 líneas

Con los $(\hat{\rho}_a, \hat{\sigma}_a)$ estimados con la TFP de Fernald ($S = 7, m = 3$):

```
import numpy as np
from scipy.stats import norm

def tauchen(S, rho, sigma, m=3): # n primero, como puremacro
    sd_a = sigma / np.sqrt(1 - rho**2) # sd incondicional
    a = np.linspace(-m*sd_a, m*sd_a, S) # malla equiespaciada
    step = a[1] - a[0]
    P = np.zeros((S, S))
    for i in range(S):
        for j in range(1, S-1):
            hi = (a[j] + step/2 - rho*a[i]) / sigma
            lo = (a[j] - step/2 - rho*a[i]) / sigma
            P[i, j] = norm.cdf(hi) - norm.cdf(lo)
        P[i, 0] = norm.cdf((a[0] + step/2 - rho*a[i]) / sigma)
        P[i, -1] = 1 - norm.cdf((a[-1] - step/2 - rho*a[i]) / sigma)
    return a, P
```

- π_a : el autovector izquierdo del autovalor unitario de Π (o iterar $\pi'_a = \Pi^\top \pi_a$); midan cuánto se **aleja** la malla ponderada de $\sigma_a / \sqrt{1 - \rho_a^2}$: con $\hat{\rho}_a = 0.964$, $S = 7$ y $m = 3$ ya la infla un 26 % y la ρ implícita sube a 0.980
- Repetir con $\rho_a = 0.99$: el sesgo pasa de 26 % a 32 % y la ρ implícita a 0.9999 — motiva Rouwenhorst
- Cierre operativo: esta Π es el insumo directo de un **método global** (VFI/EGM), como el EGM de la lámina siguiente; Dynare, en cambio, resuelve por perturbación y se alimenta de la varianza del choque (σ_a), no de Π

Rouwenhorst replica ρ_a y σ_a exactamente — también con $\rho_a = 0.99$

Sin malla que truncar ni m que elegir: la matriz se construye por recursión con $p = q = \frac{1+\rho_a}{2}$,

$$\Pi_2 = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{pmatrix}, \quad \Pi_S = p \begin{bmatrix} \Pi_{S-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^\top & 0 \end{bmatrix} + (1-p) \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \Pi_{S-1} \\ 0 & \mathbf{0}^\top \end{bmatrix} + (1-q) \begin{bmatrix} \mathbf{0}^\top & 0 \\ \Pi_{S-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + q \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}^\top \\ \mathbf{0} & \Pi_{S-1} \end{bmatrix},$$

dividiendo entre 2 las filas interiores, con malla equiespaciada en $[\mu_a - \psi, \mu_a + \psi]$, $\psi = \sqrt{S-1} \frac{\sigma_a}{\sqrt{1-\rho_a^2}}$.

- **Kopecky y Suen (2010):** la cadena reproduce **exactamente** ρ_a y la varianza incondicional $\sigma_a^2/(1-\rho_a^2)$, para cualquier S ; la estacionaria es binomial

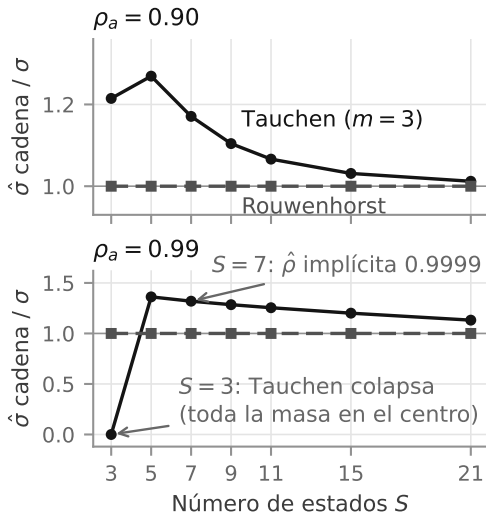
```
from puremacro import vfi
grid, P = vfi.rouwenhorst(7, rho, sigma)
```

(Rouwenhorst 1995; Kopecky y Suen 2010)

Tauchen infla σ al crecer ρ_a ; Rouwenhorst clava los dos momentos

- Remate del laboratorio: con $\rho_a = 0.99$ y $S = 7$, Tauchen infla σ un 32 % y su $\hat{\rho}$ implícita es 0.9999; con $S = 3$ colapsa. Rouwenhorst clava ambos momentos

El eje vertical es el cociente entre la $\hat{\sigma}$ de la cadena y la σ incondicional del AR(1): vale 1 cuando la discretización no distorsiona. Rouwenhorst es la recta en 1 para todo S ; Tauchen sólo se acerca cuando S crece, y tanto peor cuanto más persistente es el proceso.



Discretización y Método de Grillas Endógenas (EGM) en Python

Python (puremacro) — Discretización y EGM en Python (puremacro.vfi)

```
from puremacro.vfi.discretize import tauchen, rouwenhorst
from puremacro.vfi.egm import solve_egm
import numpy as np

# 1. Discretización de Tauchen o Rouwenhorst
z_grid, P_z = tauchen(7, rho=rho_a, sigma=sigma_a, m=3.0)

# 2. Resolución ultra-rápida con Endogenous Grid Method (Carroll 2006)
a_grid = np.linspace(0.0, 40.0, 200) # malla de activos
# solve_egm invierte la Euler sobre a':  $O(N_a * N_z)$  sin maximización no lineal
res = solve_egm(a_grid, z_grid, np.exp(z_grid), P_z, beta=0.96, r=0.04, gamma=2.0)
# Políticas continuas: consumo res.c y activos siguientes res.aprime
```

La matriz de transición Π discretizada alimenta directamente el *método de grillas endógenas* (EGM, Carroll 2006), que invierte la ecuación de Euler en lugar de optimizar numéricamente en cada punto de la malla: el bloque de arriba resuelve el problema de fluctuaciones de ingreso en Python sobre la Π que acaba de salir de `tauchen`.

Companion notebooks: T09_A_validation_gallery (celda 13, discretización con rouwenhorst) y T06_A_wealth_inequality (celda 6, EGM con equilibrio general de Aiyagari).

Un modelo estático con riesgo

Estados: conjunto finito $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$ con probabilidades $\pi(s) \in (0, 1)$, $\sum_s \pi(s) = 1$.

Hogares: $i = 1, \dots, I$. Un plan es $c_i(s) \geq 0$ para cada estado s . Cada hogar posee una dotación contingente $y_i(s)$.

Preferencias: suponemos un marco de utilidad esperada

$$U_i = \sum_{s=1}^S \pi(s) u_i[c_i(s), s].$$

Factibilidad: en la economía el consumo agregado no puede superar las dotaciones agregadas en cada estado de la naturaleza:

$$\sum_{i=1}^I c_i(s) = C(s) \leq Y(s) = \sum_{i=1}^I y_i(s).$$

La asignación del planificador social

$$\max_{\{c_i(s) \forall s \in \mathcal{S}\}_{i=1}^I} \sum_{i=1}^I \mu_i \sum_{s \in \mathcal{S}} \pi(s) u_i[c_i(s), s] \quad \text{s.a.} \quad C(s) \leq Y(s) \quad \forall s$$

de donde obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$\mu_i \pi(s) u'_i[c_i(s), s] = \lambda(s) \quad \forall i, s.$$

Surgen dos criterios de asignación eficiente:

- Para un mismo estado de la naturaleza y cualesquiera dos hogares

$$RMS[c_i(s), c_j(s)] = \frac{u'_i[c_i(s), s]}{u'_j[c_j(s), s]} = \frac{\mu_j}{\mu_i}$$

- Para un mismo hogar y cualesquiera dos estados de la naturaleza

$$RMS[c_i(s), c_i(p)] = \frac{\lambda(s)}{\lambda(p)} \frac{\pi(p)}{\pi(s)}$$

Arrow-Debreu y mercados de seguros: equivalencias

En esta economía hay tantos bienes como estados de la naturaleza y para cada bien existe un precio de Arrow-Debreu $q(s) > 0$. Cada hogar enfrenta un único presupuesto que valora el consumo de todos los estados a precios contingentes (esto solo es posible si existen mercados de seguros **completos**):

$$\max_{c_i(\cdot)} \sum_s \pi(s) u_i [c_i(s), s] \quad \text{s.a.} \quad \sum_s q(s) c_i(s) \leq \sum_s q(s) y_i(s).$$

CPOs individuales y asignación eficiente del riesgo:

$$\pi(s) u'_i [c_i(s), s] = \lambda_i q(s) \implies RMS_i [c_i(s), c_i(p)] = \frac{q(s)}{q(p)} \frac{\pi(p)}{\pi(s)}.$$

Los mercados asignan de forma eficiente el riesgo con independencia de la distribución inicial de recursos entre hogares y estados de la naturaleza.

Versión equivalente con mercados de seguros: los hogares pagan un precio justo $q(s)$ por una promesa de pago $b_i(s)$ tal que

$$c_i(s) = y_i(s) + b_i(s), \quad \sum_s q(s) b_i(s) = 0.$$

La solución con mercados de seguros es equivalente a Arrow-Debreu y a la asignación que elegiría un planificador social. Vamos a extender estas ideas a un contexto dinámico, donde los hogares asignan probabilidades a historias, formando árboles de decisión.

Arrow-Debreu y secuencial implementan la misma asignación

Una historia hasta t es $s^t = (s_0, s_1, \dots, s_t)$, con probabilidad $\pi(s^t)$ y condicionales $\pi(s_{t+1} \mid s^t)$; el estado inicial s_0 está dado. Sobre ese árbol caben dos estructuras de mercado, y ambas producen la misma asignación de equilibrio (árbol, definiciones completas y límite natural de endeudamiento en el apéndice):

	Arrow-Debreu dinámico	Equilibrio secuencial
Objeto de precios	$Q(s^t)$: precio, pactado en $t = 0$, de una unidad de consumo entregada en la historia s^t	$q(s_{t+1} \mid s^t)$: precio en el nodo s^t de una unidad entregada mañana si ocurre s_{t+1}
Mercados	abren una sola vez, en $t = 0$	abren y cierran en cada periodo
Restricción presupuestaria	una sola, ex ante: $\sum_{t \geq 1} \sum_{s^t} Q(s^t) c_i(s^t) \leq \sum_{t \geq 1} \sum_{s^t} Q(s^t) y_i(s^t)$	una por nodo: $c_i(s^t) + \sum_{s_{t+1}} q(s_{t+1} \mid s^t) a_i(s_{t+1} \mid s^t) = y_i(s^t) + a_i(s^t),$ con límite natural de endeudamiento
Equivalencia	con límites naturales de endeudamiento, ambas replican la asignación del planificador; los precios se enlazan componiendo: $Q(s^{t+1}) = Q(s^t) q(s_{t+1} \mid s^t)$	

Con mercados completos, el consumo sigue a la dotación agregada, no a la propia

El planificador pondera hogares con μ_i y reparte los recursos historia por historia, $\sum_i c_i(s^t) = C(s^t) \leq Y(s^t)$, con multiplicador $\lambda(s^t)$:

$$\max_{\{c_i(s^t)\}} \sum_i \mu_i \sum_{t \geq 1} \beta^{t-1} \sum_{s^t} \pi(s^t) u_i[c_i(s^t), s^t] \implies \mu_i \beta^{t-1} \pi(s^t) u'_i[c_i(s^t), s^t] = \lambda(s^t).$$

El lado derecho no depende de i : dividiendo entre $\beta^{t-1} \pi(s^t) > 0$, para cualesquiera dos hogares y cualquier historia:

$$\mu_i u'_i[c_i(s^t), s^t] = \mu_1 u'_1[c_1(s^t), s^t] \implies c_i(s^t) = (u'_i)^{-1} \left\{ \frac{\mu_1}{\mu_i} u'_1[c_1(s^t), s^t] \right\}.$$

Con la restricción de recursos, el consumo de cada hogar queda determinado por el **agregado** $C(s^t) = Y(s^t)$, sus preferencias y el peso μ_i : la secuencia individual de dotaciones no interviene.

Teorema de aseguramiento pleno (Arrow-Debreu / Wilson)

Con preferencias CRRA idénticas ($u'(c) = c^{-\gamma}$), las participaciones son **constantes**:

$$c_i(s^t) = \omega_i C(s^t), \quad \omega_i = \frac{(\mu_i/\mu_1)^{1/\gamma}}{\sum_j (\mu_j/\mu_1)^{1/\gamma}}, \quad \sum_i \omega_i = 1.$$

Todos los consumos crecen a la misma tasa, historia por historia. Arrow-Debreu en $t = 0$, secuencial nodo a nodo y recursiva en funciones implementan exactamente esa asignación.

Contraste empírico: la predicción de participaciones constantes es falsable con datos agregados: ¿qué observación empírica bastaría para rechazarla?

¿Y si esos mercados no existen? Ahorro precautorio y prudencia de Kimball

Prudencia de Kimball (1990)

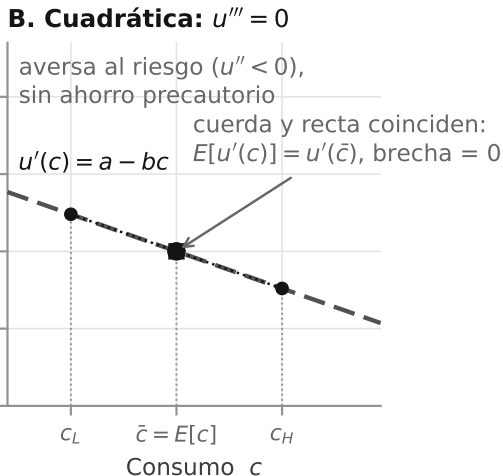
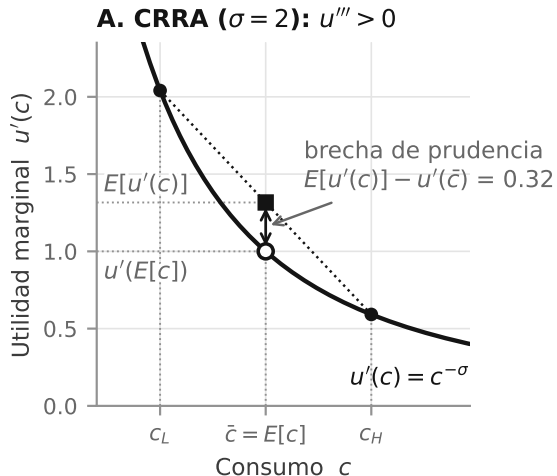
Si $u'''(c) > 0$, la utilidad marginal $u'(c)$ es estrictamente convexa. Por la **desigualdad de Jensen**:

$$\mathbb{E} [u'(c + \tilde{\epsilon})] > u'(\mathbb{E}[c + \tilde{\epsilon}]) = u'(c).$$

- **Certeza equivalente** ($u''' = 0$, utilidad cuadrática): la incertidumbre no altera el consumo; el ahorro precautorio es nulo.
- **Riesgo no asegurable** ($u''' > 0$, CRRA con $\gamma > 0$): el riesgo individual eleva la utilidad marginal esperada, forzando a los hogares a acumular un *buffer stock* de riqueza.
- El consumo depende de la historia individual y la **distribución de riqueza** se vuelve variable de estado agregada.

(Kimball 1990; Carroll 1997; Aiyagari 1994) | Conduce a la macroeconomía con agentes heterogéneos (HANK).

La brecha de prudencia: u' convexa frente a u' lineal



Compare la cuerda con el valor en la media: con CRRA queda por encima, y esa distancia (0.32) es el ahorro precautorio.

(Kimball 1990; Carroll 1997)

¿Se cumple el teorema? La anomalía de correlación del consumo

El pleno aseguramiento es falsable: con mercados completos, el consumo debería covariar entre países **más** que el producto: $\text{corr}(\Delta C_i, \Delta C_j) > \text{corr}(\Delta Y_i, \Delta Y_j)$.

Pregunta de votación (predict-then-reveal)

Voten antes de ver la figura: ¿qué correlación bilateral media es mayor en los datos de las cuentas nacionales de la OCDE: la del consumo o la del producto?

Python (puremacro) — puremacro.volatility — la anomalía de cantidad

```
from puremacro.fetch.oecd_qna_expenditure import fetch_qna_expenditure
from puremacro import volatility
qna = fetch_qna_expenditure(codes=['USA', 'SWE', 'KOR', 'DEU', 'FRA', 'ITA',
                                   'ESP', 'GBR', 'JPN', 'CAN', 'AUS', 'NLD'])
# Crecimiento = 100 * dlog por pais; calculo de matrices de correlacion
volatility.SigmaObject(...).mean_corr() # corr media de dC entre paises
volatility.SigmaObject(...).mean_corr() # corr media de dY entre paises
```

- **Consumo privado vs total:** $\log_{\text{con_real}}$ es consumo final total (P3/S1); para el consumo privado estricto: $\exp(\log_{\text{con_real}}) - \exp(\log_{\text{govcon_real}})$ (P3/S13).
- **Caso México:** `fetch_qna_expenditure` filtra volúmenes encadenados ('L'); México publica base fija ('Q'). En el caché del curso (`oecd_qna_scb.csv`), $\sigma(\Delta C)/\sigma(\Delta Y) = 0.74$ en 1995-2019: el consumo mexicano sí se suaviza en primeras diferencias.

La revelación: en los datos gana el *producto*, 0.40 vs 0.21

La Anomalía de Cantidad (BKK 1992)

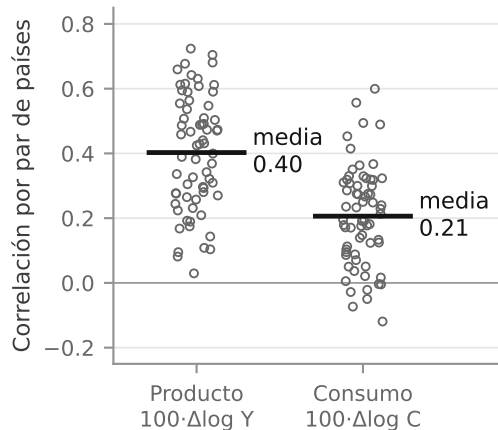
La teoría de mercados completos predice un amplio aseguramiento internacional del consumo:

$$\text{corr}(\Delta C_i, \Delta C_j) > \text{corr}(\Delta Y_i, \Delta Y_j).$$

En las cuentas nacionales de 12 países de la OCDE ocurre exactamente lo opuesto:

- Correlación media de producto: **0.40**.
- Correlación media de consumo: **0.21**.

Veredicto empírico: Es la *quantity anomaly* de Backus, Kehoe y Kydland (1992). Treinta años después, el comovimiento del producto domina al del consumo: el riesgo individual y nacional no está plenamente asegurado.



Cada punto es un par de países: 66 pares de los 12 de la OCDE, 1995-2019.

(Backus, Kehoe y Kydland 1992; Lewis 1996; Aguiar y Gopinath 2007) | Cálculo del curso sobre el caché `oecd_qna_bkk.csv`: sin cuaderno companion.

¿Dónde están los mercados Arrow-Debreu? El desempleo como estado no asegurado

Debate:

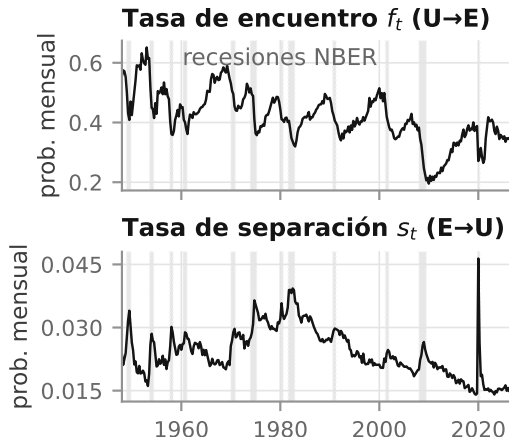
- ¿Qué contratos reales se parecen a $b_i(s)$? (seguro de desempleo, CDS, bonos ligados al PIB de Argentina 2005)
- ¿Por qué nadie vende “seguro de recesión”? (riesgo moral, selección adversa, riesgo agregado no diversificable)

Minifigura en vivo: las tasas de encuentro f y de separación s del desempleo, con el estimador de Shimer (2012) sobre el desempleo de corta duración. *Ojo:* aquí s es la **tasa de separación**, no el estado de la naturaleza del resto del mazo.

```
from puremacro import fetch
U = fetch.fetch_fred('UNEMPLOY')
E = fetch.fetch_fred('CE160V')
Us = fetch.fetch_fred('UEMPLT5') # U < 5 semanas
Us.loc['1994-01-01:'] *= 1.1 # rediseño CPS 1994
f = 1 - (U.shift(-1) - Us.shift(-1)) / U # U->E
s = Us.shift(-1) / E # E->U
```

f se desploma y s se dispara en cada recesión: **el estado con mayor costo de bienestar es el peor asegurado**. Esto siembra dos semillas: los modelos de mercados incompletos (Aiyagari, Huggett) y el tema desempleo-vacantes.

(Shimer 2005, 2012; Chetty 2008; Krueger y Perri 2006)



Un modelo dinámico con producción

Tecnología: la economía produce un bien $y_t(s^t)$ mediante una tecnología Cobb-Douglas:

$$y_t(s^t) = A(s^t) k_{t-1}^\alpha (s^{t-1}) l_t^{1-\alpha}(s^t),$$

donde $A(s^t)$ sigue un proceso de Markov y el acervo de capital $k_{t-1}(s^{t-1})$ se acumula según:

$$k_t(s^t) = (1 - \delta) k_{t-1}(s^{t-1}) + i_t(s^t).$$

Además de $A(s^t)$ hay una segunda fuente de riesgo natural: el precio del equipo — un choque específico a la inversión que reaparece con la q de Tobin.

Preferencias: vamos a considerar un hogar representativo

$$U = \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s^t} \beta^{t-1} \pi(s^t) u[c(s^t), h(s^t); s^t].$$

Factibilidad:

$$c_t(s^t) + i_t(s^t) = y_t(s^t),$$

$$l_t(s^t) + h_t(s^t) = 1.$$

Planificador social: planteamiento y eficiencia estática

El lagrangiano, con un multiplicador $\lambda(s^t)$ por cada restricción de recursos (fuera del peso $\beta^{t-1}\pi(s^t)$):

$$\mathcal{L} = \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s^t} \left\{ \beta^{t-1} \pi(s^t) u[c(s^t), 1 - l(s^t)] \right. \\ \left. + \lambda(s^t) \left[A(s^t) k_{t-1}^{\alpha} (s^{t-1}) l_t^{1-\alpha}(s^t) + (1 - \delta) k_{t-1}(s^{t-1}) - k_t(s^t) - c_t(s^t) \right] \right\}.$$

Condiciones de primer orden de $c(s^t)$ y $l(s^t)$:

$$\beta^{t-1} \pi(s^t) u_c[c(s^t), 1 - l(s^t); s^t] = \lambda(s^t), \quad \beta^{t-1} \pi(s^t) u_h[c(s^t), 1 - l(s^t); s^t] = \lambda(s^t) (1 - \alpha) \frac{y_t(s^t)}{l_t(s^t)}.$$

Condición de eficiencia estática (cociente de las dos anteriores):

$$\frac{u_h[c(s^t), 1 - l(s^t); s^t]}{u_c[c(s^t), 1 - l(s^t); s^t]} = (1 - \alpha) \frac{y_t(s^t)}{l_t(s^t)}.$$

La Euler iguala el costo de invertir con su rendimiento contingente

Paso 1 — CPO de $k_t(s^t)$: $k_t(s^t)$ resta recursos en el nodo s^t y los aporta, vía producción y depreciación, en cada sucesor $s^{t+1} \succ s^t$:

$$\lambda(s^t) = \sum_{s^{t+1} \succ s^t} \left[\alpha \frac{y_{t+1}(s^{t+1})}{k_t(s^t)} + 1 - \delta \right] \lambda(s^{t+1}).$$

Paso 2 — sustituir la CPO del consumo, $\lambda(s^t) = \beta^{t-1} \pi(s^t) u_c[c(s^t), 1 - l(s^t); s^t]$:

$$\beta^{t-1} \pi(s^t) u_c(s^t) = \sum_{s^{t+1} \succ s^t} \beta^t \pi(s^{t+1}) u_c(s^{t+1}) \left[\alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} + 1 - \delta \right].$$

Paso 3 — propiedad de Markov: siempre que podamos escribir

$$\pi(s^t) = \pi(s_t | s_{t-1}) \pi(s_{t-1} | s_{t-2}) \dots \pi(s_1 | s_0)$$

—sin factor $\pi(s_0)$: el estado inicial s_0 está dado, así que $\pi(s_0) = 1$ —, entonces $\pi(s^{t+1})/\pi(s^t) = \pi(s_{t+1} | s_t)$ y, dividiendo entre $\beta^{t-1} \pi(s^t) u_c(s^t)$, obtenemos

$$1 = \sum_{s_{t+1}} \pi(s_{t+1} | s_t) \beta \text{RMS}(c_{t+1}, c_t) \left(\alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} + 1 - \delta \right), \quad \beta \text{RMS}(c_{t+1}, c_t) = \beta \frac{u_c(s^{t+1})}{u_c(s^t)}.$$

Ese producto $\beta \text{RMS}(c_{t+1}, c_t)$ es el **factor de descuento estocástico** (el $Q_{t,t+1}$ de B2). Ojo al orden de los argumentos: es el mismo de la lámina de asignación eficiente ($\text{RMS}[x, y] = u'(x)/u'(y)$, numerador = primer argumento), de modo que la utilidad marginal de mañana va arriba.

Descentralización del modelo

La descentralización del modelo con riesgo agregado puede escribirse igualmente como un equilibrio Arrow-Debreu, un equilibrio secuencial o un equilibrio recursivo. Los capítulos 7, 8 y 12 de **RMT** exploran estos conceptos con mucho más detalle.

Quedan por examinar los aspectos más aplicados de la teoría de ciclos económicos reales: cuáles son los hechos estilizados con los que debería ser compatible y cómo resolver numéricamente el modelo, siendo lo más fiel posible a los hechos estilizados a largo plazo.

Antes de eso, un cierre operativo: llevamos $\pi(s)$ a los datos una última vez, construyendo nuestra propia medida de incertidumbre a partir de texto.

- **Tokenización:** cada artículo se normaliza (minúsculas, sin puntuación) y se separa en palabras
- **Tres diccionarios** de términos: *economía*, *política* e *incertidumbre* (“uncertain”, “uncertainty”, ...)
- **Conteo por artículo:** un artículo cuenta si contiene al menos un término de *cada* grupo (co-ocurrencia $E \times P \times U$); el índice trimestral agrega la señal de los artículos que cuentan
- **Estandarización:** la serie se normaliza — z -score o la escala 100 de Baker-Bloom-Davis sobre un periodo base
- **El LTUI direccional** añade un cuarto diccionario de polaridad (empleo $\times$ incertidumbre $\times$ tecnología $\times$ al alza/a la baja), pondera cada pasaje por la densidad de términos tecnológicos y descarta las menciones negadas (“*not* uncertain”)
- **Sin redes neuronales:** es conteo transparente y reproducible — el juicio económico está en elegir bien los diccionarios, y ahí es donde ustedes entran

(Baker, Bloom y Davis 2016; Gentzkow, Kelly y Taddy 2019)

Miniproyecto: tu índice de incertidumbre desde texto (y la IA en él)

Con el **Beige Book** por secciones desde 1990: (i) construyan un índice tipo EPU propio; (ii) calculen el LTUI direccional para el empleo ($ltui_up / ltui_down$); (iii) validen contra el EPU oficial; (iv) párrafo final: ¿la incertidumbre-IA post-2022 aparece como riesgo **al alza** o **a la baja** para el empleo?

```
from puremacro import narrative
from puremacro.fetch import epu as epu_oficial # submodulo explicito
# iter_beige_book produce 6-tuplas; epu()/ltui() esperan 4-tuplas:
recs = [(d, txt, url, meta)
        for (d, dist, sec, txt, url, meta)
        in narrative.iter_beige_book(since='1990-01-01',
                                     granularity='per_section')]
idx_epu   = narrative.epu(recs, country='USA')      # EPU propio
idx_up    = narrative.ltui_up(recs, country='USA')  # riesgo al alza
idx_down  = narrative.ltui_down(recs, country='USA') # riesgo a la baja
oficial   = epu_oficial.fetch()                    # validacion contra el oficial
# alternativa idiomática para (i): narrative.bbui(...)
# sobre las 6-tuplas crudas
```

Entregable central: la figura que valida su índice contra el EPU oficial la construyen ustedes — es el corazón del miniproyecto y por eso no se adelanta.

Nota operativa: el corpus se reparte predescargado como CSV — el scraping de [federalreserve.gov](https://www.federalreserve.gov) es frágil y el curso corre con la red cerrada por omisión.

(Baker, Bloom y Davis 2016; Ahir, Bloom y Furceri 2022)

Riesgo macroeconómico, inflación y la regla de Taylor

El dilema del banco central ante choques de oferta

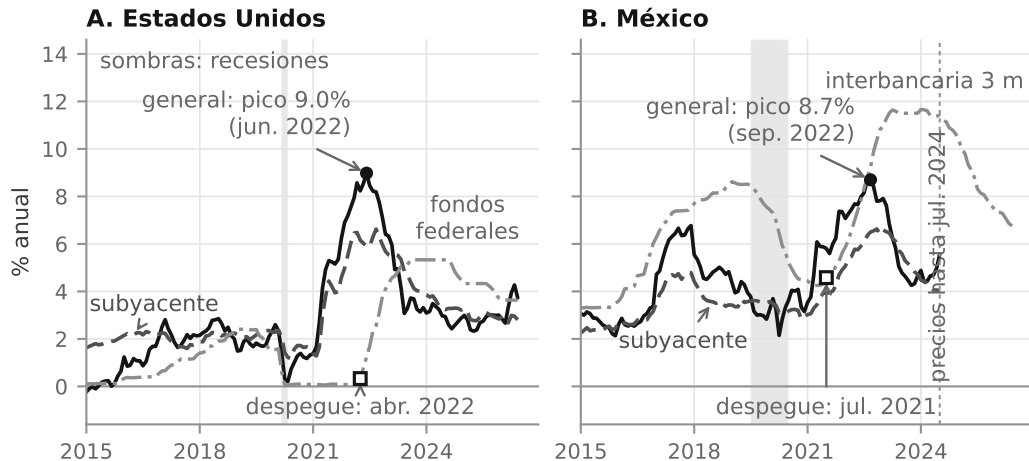
Bajo choques de costo u oferta (disrupción de cadenas de suministro, materias primas), la *divina coincidencia* colapsa: estabilizar la inflación exige inducir una brecha de producto negativa, forzando un agresivo ciclo de alzas de tasas de interés.

Series (FRED): CPIAUCSL, CPILFESL y FEDFUNDS (EUA); CPALTT01MXM659N, CPGRLE01MXM659N e IR3TIB01MXM156N (México), esta última la interbancaria a 3 meses.

- **Choque inflacionario 2021-2023:** la inflación general superó el 8 % en ambos países — pico de 9.0 % en EUA (jun. 2022) y de 8.7 % en México (sep. 2022), con la subyacente en 6.6 % en los dos —, lo que exigió un endurecimiento monetario sincronizado.
- **Diferencial de tasas:** Banco de México inició su ciclo alcista en junio de 2021, nueve meses antes que la Fed (marzo de 2022) — la figura rotula el despegue un mes después, con un criterio mecánico sobre promedios mensuales —, manteniendo una prima ~ 600 pb para anclar expectativas y mitigar riesgo cambiario.

(Federal Reserve Board; Banco de México; BLS; INEGI) | Companion notebooks: T02_C (Nuevo Keynesiano) & T03_F (análisis narrativo).

Inflación y tasas de política en EUA y México, 2015-2026



Los dos paneles comparten el eje vertical: la tasa mexicana despegó antes y se queda por encima de la de fondos federales; para México se grafica la interbancaria a 3 meses, proxy declarada de la tasa objetivo de Banxico.

Apéndice

Construcción completa del bloque Arrow-Debreu dinámico:
árbol de historias, reparto eficiente del riesgo por historias,
definiciones de equilibrio, límite natural de endeudamiento
y formulación recursiva del intercambio puro

Apéndice: reparto eficiente del riesgo por historias

Podemos escribir la condición de asignación eficiente del riesgo como

$$\mu_1 u'_1 [c_1(s^t), s^t] = \mu_i u'_i [c_i(s^t), s^t] ,$$

lo que implica que

$$c_i = (u'_i)^{-1} \left\{ \frac{\mu_1}{\mu_i} u'_1 [c_1(s^t), s^t] \right\} ,$$

y combinado con la restricción de recursos, el consumo de cada hogar depende de la dotación agregada, sus preferencias y el peso que el planificador social decida asignarle, no de la secuencia de dotaciones asignada por la naturaleza. Además, podemos mostrar que esta asignación surge también como resultado de:

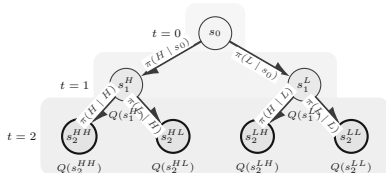
- Un equilibrio competitivo Arrow-Debreu, donde todos los intercambios se negocian en $t = 0$
- Un equilibrio secuencial, donde los mercados abren y cierran en cada periodo
- Un equilibrio recursivo, donde las decisiones son funciones de variables de estado individuales y agregadas

Dinámico: árbol de historias y planificador social

Una historia hasta t es $s^t = (s_0, \dots, s_t)$, con probabilidades $\pi(s^t)$ y $\pi(s_{t+1} | s^t)$.

Preferencias: $U_i = \mathbb{E}\{\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u_i[c_i(s^t), s^t]\}$, $\beta \in (0, 1)$.

Factibilidad por nodo: $\sum_i c_i(s^t) \leq Y(s^t)$.



Planificador social por historias

El planificador social elige consumos por historia:

$$\begin{aligned} \max_{\{c_i(s^t)\}} & \sum_{i=1}^I \mu_i \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \sum_{s^t} \pi(s^t) u_i[c_i(s^t), s^t] \\ \text{s.a.} & \sum_i c_i(s^t) \leq Y(s^t) \quad \forall s^t, \end{aligned}$$

con condiciones de primer orden

$$\mu_i \beta^{t-1} \pi(s^t) u'_i[c_i(s^t), s^t] = \lambda(s^t) \quad \forall i, s^t.$$

Los precios Arrow $Q(s^t)$ valoran las entregas en el nodo s^t , alineando el óptimo social con los equilibrios de mercado.

Equilibrio competitivo Arrow-Debreu dinámico

Definición: Un equilibrio Arrow-Debreu dinámico es un conjunto de:

- Precios $\{Q(s^t)\}_{t \geq 1, s^t}$, donde $Q(s^t)$ es el precio, pactado en $t = 0$, de una unidad de consumo entregada en la historia $s^t = (s_0, \dots, s_t)$; el estado inicial s_0 y las dotaciones están dados.
- Asignaciones $\{c_i(s^t)\}_{i, s^t}$ para cada hogar i y cada historia s^t .

tales que:

1. **Optimización individual:** Cada hogar i resuelve

$$\max_{\{c_i(s^t)\}} \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s^t} \beta^{t-1} \pi(s^t) u_i [c_i(s^t), s^t]$$

sujeto a la restricción presupuestaria ex ante

$$\sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s^t} Q(s^t) c_i(s^t) \leq \sum_{t=1}^{\infty} \sum_{s^t} Q(s^t) y_i(s^t).$$

2. **Factibilidad:** Para toda historia s^t ,

$$\sum_i c_i(s^t) = \sum_i y_i(s^t).$$

Los precios $Q(s^t)$ implementan un mercado completo de contingencias en $t = 0$, garantizando la equivalencia con la asignación del planificador social.

Equilibrio competitivo secuencial

Definición: Un equilibrio secuencial consiste en:

- Precios contingentes $\{q(s_{t+1}|s^t)\}$ que determinan el valor en t de una unidad de consumo entregada en $t+1$ si ocurre s_{t+1} tras la historia s^t .
- Planes de consumo $\{c_i(s^t)\}$ y posiciones en activos $\{a_i(s_{t+1}|s^t)\}$ para cada hogar i .

tales que:

1. **Optimización individual:** Cada hogar i resuelve

$$\max_{c_i(s^t), a_i(s_{t+1}|s^t)} \mathbb{E}_0 \left\{ \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} u_i [c_i(s^t), s^t] \right\}$$

sujeto a la restricción presupuestaria secuencial

$$c_i(s^t) + \sum_{s_{t+1}} q(s_{t+1}|s^t) a_i(s_{t+1}|s^t) = y_i(s^t) + a_i(s^t),$$

con el **límite natural de endeudamiento:** $a_i(s_{t+1}|s^t) \geq \underline{a}_i(s^{t+1})$.

2. **Mercados de activos:** $\sum_i a_i(s_{t+1}|s^t) = 0$ para todo s^t, s_{t+1} .
3. **Factibilidad de bienes:** $\sum_i c_i(s^t) = \sum_i y_i(s^t)$ para todo s^t .

Resultado: Con límites naturales de endeudamiento, este equilibrio es equivalente al Arrow-Debreu y genera la asignación del planificador social.

Límite natural de endeudamiento

En un equilibrio secuencial, para evitar esquemas de Ponzi se impone una cota inferior sobre los activos:

$$a_i(s_{t+1}|s^t) \geq \underline{a}_i(s^{t+1}).$$

Los precios de Arrow se componen a lo largo del árbol:

$$Q(s^{t+\tau} | s^{t+1}) = \prod_{k=1}^{\tau-1} q(s_{t+k+1} | s^{t+k})$$

con $Q(s^{t+1} | s^{t+1}) = 1$ para todo $s^{t+\tau} \succeq s^{t+1}$.

El **límite natural de endeudamiento** es:

$$\underline{a}_i(s^{t+1}) = - \sum_{\tau=1}^{\infty} \sum_{s^{t+\tau} \succeq s^{t+1}} Q(s^{t+\tau} | s^{t+1}) y_i(s^{t+\tau}).$$

Intuición Económica (Aiyagari)

- **Cota natural no ad hoc:** Es el endeudamiento máximo que el hogar puede garantizar pagar con consumo estrictamente no negativo ($c_i \geq 0$) bajo cualquier trayectoria de choques.
- **Valor presente contingente:** Se empeña a lo sumo el valor presente de *toda* la dotación futura a precios de Arrow.
- **Sin operador de esperanza:** Los precios contingentes $Q(\cdot)$ ya descuentan estados y probabilidades.

Intercambio puro: problema del hogar (recursivo)

Entorno. Estados agregados $s \in \mathcal{S}$ (cadena de Markov con transición $\pi(s'|s)$), dotaciones contingentes $y_i(s) > 0$; en cada t se negocia un activo de un periodo con precios contingentes $q(s'|s)$. Sin producción ni gobierno.

El hogar i elige consumo c_i y posiciones $a'_i(s'|s)$ resolviendo la ecuación de Bellman

$$v_i(a_i, s) = \max_{\{c_i, a'_i(\cdot|s)\}} u_i(c_i, s) + \beta \sum_{s'} \pi(s'|s) v_i[a'_i(s'|s), s']$$

sujeto a

$$c_i + \sum_{s'} q(s'|s) a'_i(s'|s) = y_i(s) + a_i, \quad a'_i(s'|s) \geq \underline{a}_i(s'),$$

con $\underline{a}_i(s')$ el límite natural de endeudamiento, evaluado en el estado s' en que se paga el activo.

Equilibrio competitivo recursivo en intercambio puro

Definición. Un equilibrio recursivo es un conjunto

$$\left\{ \{v_i(\cdot), g_c^i(\cdot), g_a^i(\cdot)\}_{i=1}^I, q(\cdot|\cdot) \right\}$$

tal que, para todo estado s :

1. **Optimización del hogar:** Dado $q(\cdot|s)$, $v_i(a, s)$, $g_c^i(a, s)$ y $g_a^i(a, s; \cdot)$ satisfacen la ecuación de Bellman de cada hogar.
2. **Vaciado de mercados de activos (por estado y contingencia):**

$$\sum_{i=1}^I a'_i(s'|s) = 0 \quad \forall s' \in \mathcal{S}.$$

3. **Vaciado de mercados de bienes (por estado):**

$$\sum_{i=1}^I c_i(s) = \sum_{i=1}^I y_i(s) \equiv Y(s).$$