

# **Ciclos económicos reales y contabilidad del ciclo**

**Macroeconomía avanzada**

**ITAM, Otoño 2026**

**Semanas 7-8**

## Introducción

---

Con los estados de la naturaleza ya sabemos cómo introducir incertidumbre para analizar su impacto en la economía agregada. Aquí vamos a aplicar ese conocimiento teórico para estudiar las características de un ciclo “típico” frente a fenómenos cíclicos atípicos: pandemias, guerras, grandes depresiones y periodos de estancamiento secular como la “década perdida” en Latinoamérica. Esa promesa se cumple en parte en el primer ejercicio en vivo, cuando separen los momentos del ciclo por regímenes: el caché de la OCDE arranca en 1994Q1, así que las etiquetas alcanzables son Gran Moderación, era post-crisis y pandemia — la “década perdida” y las guerras quedan fuera de esa muestra y las discutimos con otras fuentes. Empecemos describiendo algunas de las facetas observables del ciclo económico.

El recorrido va en dos tramos: primero el ciclo medido, el modelo y su calibración; después Dynare, la taxonomía de choques, la incertidumbre y la contabilidad del ciclo.

# La ruta: del dato al modelo, y del modelo a sus límites

---

## Semana 7 — el ciclo medido y el modelo calibrado

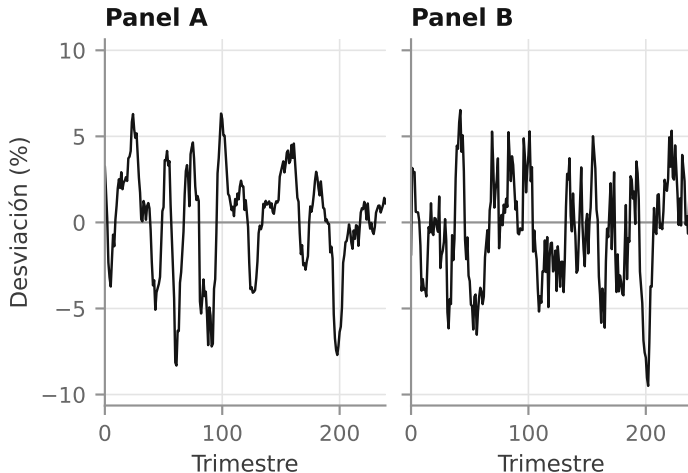
- El azar filtrado: el acertijo de Slutsky sobre ruido blanco promediado
- Momentos cíclicos (Kydland–Prescott): la tabla de EUA y la versión multi-país, hecha en vivo
- El modelo RBC: deflactación, condiciones de equilibrio y log-linealización
- Calibración y miniproyecto: el RBC frente a México

## Semana 8 — Dynare y la taxonomía de choques

- Dynare: el archivo `.mod`, simulación estocástica, IRFs y descomposición de la varianza
- Galí (1999), sensibilidad a  $\nu$  y trabajo indivisible (Hansen–Rogerson)
- Choques no neutrales ( $q_t$ ), fiscales y de demanda; el debate del auge de la IA
- Incertidumbre: volatilidad estocástica y Bloom (2009)
- Contabilidad del ciclo: cuatro cuñas medidas sobre un panel de la OCDE

## El ciclo lo puede fabricar el azar: una media móvil de ruido basta

Uno de los dos paneles es el componente cíclico (filtro de Hamilton) del PIB de EUA; el otro, una media móvil de 8 trimestres de puro ruido blanco. ¿Cuál es cuál?



## Juglar, Kondrátiev y lo que se lleva el filtro

---

El nombre viene de Clément Juglar (1862), que documentó una recurrencia de **prosperidad** → **crisis** → **liquidación** de 7 a 11 años y la atribuyó al crédito. Slutsky (1927) y Frisch (1933) sustituyeron esa recurrencia por **choques** más **mecanismos de transmisión**: una media móvil sobre ruido blanco basta para producir “ciclos” indistinguibles de los reales.

### La pregunta que deja el acertijo

Si cambiar la ventana de la media móvil cambia el “periodo” del ciclo, ¿cuánto de Juglar y de Kondrátiev es un artefacto del filtrado?

La galería histórica completa —Jevons y las manchas solares, Kondrátiev, Mitchell y el comité del NBER— y la receta en ocho líneas están en el apéndice.

## Kydland y Prescott: el ciclo se resume en segundos momentos

---

La caracterización moderna del ciclo implica que las series económicas son procesos estocásticos. Kydland y Prescott (1982) argumentan que los segundos momentos de dichas series ofrecen una caracterización parsimoniosa del ciclo. En el fondo se refieren al **correlograma** y **correlograma cruzado**, dos herramientas de identificación clásicas en la literatura de series temporales.

- Tradicionalmente la literatura reporta la desviación estándar de series como: PIB, consumo, inversión, empleo, horas de trabajo o productividad
- Una medida particularmente popular es la desviación estándar de una variable de interés respecto de la del PIB o **volatilidad relativa**
- Otra medida que típicamente se reporta es la correlación de una variable de interés con el PIB

Una gran parte de la agenda de investigación de esta literatura se ha centrado en documentar segundos momentos en los datos y ver si el MNC, aumentado con incertidumbre y dotado de ciertos mecanismos de transmisión, es capaz de reproducir los momentos encontrados en los datos.

## Los momentos de EUA: la vara de medir

La siguiente tabla resume los momentos cíclicos de la economía de EUA sobre el agregado unisectorial: el objeto que nuestro modelo de un solo sector intentará replicar. La comparación con el filtro HP queda en el Módulo 1 de Canvas; la versión multi-país la van a construir ustedes en el siguiente ejercicio.

|                                                                                   | $y$  | $c$  | $i$  | $e$   | $h/e$ | $ls$  | $a$  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|-------|-------|-------|------|
| <i>EUA, filtro de Hamilton (<math>h = 8, p = 4</math>), agregado unisectorial</i> |      |      |      |       |       |       |      |
| $\sigma_x/\sigma_y$                                                               | —    | 0.68 | 1.98 | 0.62  | 0.19  | 0.40  | 0.56 |
| $\text{corr}(x, y)$                                                               | —    | 0.87 | 0.92 | 0.32  | 0.58  | -0.26 | 0.55 |
| $\text{corr}(x, a)$                                                               | 0.55 | 0.77 | 0.62 | -0.31 | 0.27  | -0.32 | —    |

Notación del encabezado:  $y$  = PIB,  $c$  = consumo,  $i$  = inversión,  $e$  = empleo,  $h/e$  = horas por trabajador,  $ls$  = participación del trabajo,  $a$  = PTF. Componentes cíclicos del filtro de Hamilton ( $h = 8, p = 4$ ) sobre datos trimestrales en logaritmos;  $\sigma_x/\sigma_y$  es la volatilidad relativa al PIB (la del propio PIB se normaliza y se omite). Con la definición estándar de inversión fija privada la volatilidad relativa de la inversión sube a  $\sim 3$ ; aquí es menor por la agregación unisectorial.

**Ficha de medición, incompleta a propósito.** De esta tabla el curso sólo declara dos campos: el filtro y la agregación unisectorial. No declara la muestra ni la serie exacta de cada columna. Consecuencia: este 0.68 **no es** el  $\sigma_c/\sigma_y$  de EUA en la convención declarada del curso, que da 0.79 (OCDE QNA, consumo de hogares P3/S1M, 1995Q1–2019Q4, HP con  $\lambda = 1600$ ), ni es esa cifra con otro filtro: Hamilton sobre esa serie y esa ventana da 0.85, *sube*. Son otra serie y otra muestra. Vara del modelo unisectorial; no lo comparen con las cifras OCDE del ejercicio siguiente.

Examinemos si choques aleatorios de productividad, sujetos al mecanismo de transmisión de suavizamiento intertemporal del consumo, pueden reproducir estos hechos empíricos del ciclo económico.

Cuaderno acompañante: T02\_B\_rbc\_dynare\_local, celda 9 (modelo contra EUA y México); T04\_B\_dashboard\_rbc\_interactive es un script, no un cuaderno.

## Ejercicio en vivo: la tabla de momentos, hecha por ustedes

---

Repitan la tabla anterior para MEX/USA/DEU/CAN/AUS con las cuentas nacionales trimestrales de la OCDE (los del cache que viaja con las lecciones; ESP 1.13 y KOR 1.69 salen del fetcher en línea). Aviso, para que nadie crea que se equivocó: con la convención de abajo el consumo mexicano **no** es más volátil que el producto —sale 0.97 con Hamilton, 0.96 con HP—. El reto para el RBC no es que el cociente cruce 1, sino que esté *tan pegado* a 1: EUA da 0.85 con la misma serie y ventana, y el modelo cerrado entregará  $\approx 0.33$ . ¿Falla el suavizamiento del consumo o el proceso de choques (“the cycle is the trend”)?

```
import numpy as np, pandas as pd; from pathlib import Path
from puremacro import cycles, uncertainty; DATA = Path('data') # el bundle
# fetch_qna_expenditure() filtra PRICE_BASE='L' y DEJA FUERA a Mexico, que
# la OCDE solo publica en base fija 'Q'. Para incluirlo, el cache del curso:
qna = pd.read_csv(DATA / 'oecd_qna_apertura.csv', parse_dates=['date'])
qna = qna[qna['code'].isin(['MEX', 'USA', 'DEU', 'CAN', 'AUS'])
          & qna['variable'].isin(['gdp_vol', 'conh_vol'])] # volúmenes, NIVELES
# RECORTAR ANTES DE FILTRAR: la ventana va sobre la serie, no sobre el ciclo
v = qna[(qna['date'] >= '1995-01-01') & (qna['date'] <= '2019-10-01')].copy()
v['ciclo'] = v.groupby(['code', 'variable'])['value'].transform(
    lambda s: cycles.hamilton_filter(100*np.log(s), h=8, p=4)[0])
sd = v.groupby(['code', 'variable'])['ciclo'].std(ddof=1).unstack()
print((sd['conh_vol'] / sd['gdp_vol']).round(3)) # MEX 0.968 AUS 1.528
# el corte va sobre qna (1994-), NO sobre v: en v, recortado a 2019Q4, no
# hay pandemia; y cold_war_end (1985-1991) no lo alcanza ninguna ventana
qna = uncertainty.add_calendar_regime(qna) # great_moderation, gfc_era...
```

## La ficha de medición del 0.96: sin ella el número no es replicable

---

Los seis campos que hay que declarar para que el cociente  $\sigma_c/\sigma_y$  sea reproducible: (1) fuente, OCDE QNA vía SDMX; (2) series,  $c$  = hogares + ISFLSH (P3, S1M) y  $y$  = PIB (B1GQ, S1), volúmenes; (3) muestra, 1995Q1–2019Q4; (4) filtro, HP con  $\lambda = 1600$  —`puremacro.data.hp_filter`; `cycles` sólo trae Hamilton (8, 4), el del código de arriba, que sobre el mismo pipeline da 0.97—; (5) base de precios, encadenada (L) salvo México, fija (Q) y el único así; (6) orden, recortar **antes** de filtrar. Muevan un campo y el 0.96 llega hasta 1.11 —ahí sí cruza el 1—: la lámina de las diez convenciones del mazo de economía abierta mide cuánto vale cada uno. Que el signo del “hecho estilizado” dependa de la ficha es el ejercicio, no un accidente. Corten después por regímenes: la promesa de la introducción se paga aquí, y la tabla queda como vara de medir para el modelo.

Kydland y Prescott (1982); Backus y Kehoe (1992); Aguiar y Gopinath (2007); García-Cicco, Pancrazi y Uribe (2010).

## El modelo de ciclos económicos reales

---

Vamos a desarrollar una versión empírica del modelo neoclásico que incorpora crecimiento a largo plazo de la población y la productividad, además de una elasticidad de sustitución intertemporal del ocio flexible, a través del siguiente problema de planificación social:

$$\max_{l_t, c_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} N_t \beta^t \left[ \log(c_t) + \mu \frac{(1 - l_t)^{1-\nu}}{1 - \nu} \right] \right\}$$

sujeto a:

$$C_t + K_t - (1 - \delta)K_{t-1} = A_t K_{t-1}^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$$

donde escribimos la productividad total de los factores como:

$$A_t = (1 + \hat{A})^t e^{a_t} A_0$$

$$a_{t+1} = \rho_a a_t + \epsilon_{at+1}$$

$$\epsilon_{at+1} \longrightarrow N(0, \sigma_a^2) \text{ y } A_0 > 0.$$

## El modelo deflactado

---

Deflactamos el modelo para que pueda computarse local (log-linealización) o globalmente (programación dinámica), resultando en:

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \left[ \log(c_t) + \mu \frac{(1 - l_t)^{1-\nu}}{1 - \nu} \right] \right\}$$

donde  $\tilde{\beta} = \beta(1 + \hat{N})$ , sujeto a la restricción de recursos deflactada por el crecimiento de la economía en la senda de crecimiento balanceado

$$c_t + (1 + g)k_t - (1 - \delta)k_{t-1} = e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

donde

$$a_{t+1} = \rho_a a_t + \epsilon_{at+1}$$

## Las tres condiciones de equilibrio

---

### Eficiencia intratemporal

$$\mu(1 - l_t^*)^{-\nu} c_t^* = (1 - \alpha) e^{a_t} (k_{t-1}^*)^\alpha (l_t^*)^{-\alpha}$$

### Eficiencia intertemporal

$$E_t \left\{ \left[ \alpha e^{a_{t+1}} (k_t^*)^{\alpha-1} (l_{t+1}^*)^{1-\alpha} + 1 - \delta \right] \frac{\beta(1 + \hat{N}) c_t^*}{c_{t+1}^*} \right\} = 1 + g$$

Esta restricción también puede escribirse en términos del crecimiento del ingreso por habitante  $(1 + \tilde{g}) = \frac{1+g}{1+\hat{N}}$  de tal forma que

$$E_t \left\{ \left[ \alpha e^{a_{t+1}} (k_t^*)^{\alpha-1} (l_{t+1}^*)^{1-\alpha} + 1 - \delta \right] \frac{\beta c_t^*}{c_{t+1}^*} \right\} = 1 + \tilde{g}$$

### Condición de factibilidad

$$c_t^* + (1 + g) k_t^* - (1 - \delta) k_{t-1}^* = e^{a_t} (k_{t-1}^*)^\alpha (l_t^*)^{1-\alpha}$$

## Solución por log-linealización

---

### Eficiencia intratemporal

$$\tilde{c}_t + \left( \alpha + \nu \frac{l}{1-l} \right) \tilde{l}_t - \alpha \tilde{k}_{t-1} - a_t = 0$$

### Eficiencia intertemporal

$$E_t \tilde{c}_{t+1} - \tilde{c}_t - \left[ 1 - \frac{\beta(1-\delta)}{1+\tilde{g}} \right] E_t \left\{ \left[ a_{t+1} + (1-\alpha) \left( \tilde{l}_{t+1} - \tilde{k}_t \right) \right] \right\} = 0$$

### Condición de factibilidad

$$\frac{c}{y} \tilde{c}_t + (1+g) \frac{k}{y} \tilde{k}_t - (1-\delta) \frac{k}{y} \tilde{k}_{t-1} - a_t - \alpha \tilde{k}_{t-1} - (1-\alpha) \tilde{l}_t = 0$$

## Método de coeficientes indeterminados

---

Como vimos en el mazo A2, expresamos el sistema de ecuaciones que depende de los parámetros del modelo, de las variables del modelo en la senda de crecimiento balanceado y de los coeficientes indeterminados que surgen de sustituir las reglas de decisión log-lineales:

$$\tilde{k}_t = \psi_{kA} a_t + \psi_{kk} \tilde{k}_{t-1}$$

$$\tilde{c}_t = \psi_{cA} a_t + \psi_{ck} \tilde{k}_{t-1}$$

$$\tilde{l}_t = \psi_{lA} a_t + \psi_{lk} \tilde{k}_{t-1}$$

en el sistema log-linealizado. Esto nos lleva a los siguientes pasos:

- **Calibración** para que la economía se parezca en la senda de crecimiento balanceado al país que queramos estudiar
- **Simulación** para poder examinar mecanismos de transmisión y comparar al modelo con los datos

## Calibración

---

No existe una única forma de calibrar un modelo, pero típicamente usamos el método de inventario permanente para obtener  $\delta$ , datos de contabilidad nacional por el lado de la renta para obtener  $\alpha$  e invocamos el **principio de momentos** para calibrar los parámetros  $\mu$  y  $\beta$  de la siguiente manera. Dado cierto  $\nu$

$$\hat{\mu} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (1 - \alpha) \frac{PIB_t}{PC_t} \frac{(1 - hrs_t)^\nu}{hrs_t}$$

Este  $\nu$  es la curvatura del ocio:  $1/\nu$  gobierna la elasticidad de Frisch del trabajo, que suele obtenerse de estudios microeconómicos.

$$\hat{\beta} = T^{-1} \sum_{t=1}^T \frac{PC_{t+1}}{PC_t} \left( \alpha \frac{PIB_{t+1}}{K_t} + 1 - \delta \right)^{-1}$$

## Miniproyecto: calibren el RBC a México y decidan si sobrevive

Parte empírica (Python local, con puremacro instalado): obtengan  $\hat{\mu}$  y  $\hat{\beta}$  con las fórmulas literales del principio de momentos y construyan los momentos objetivo del ciclo mexicano:

```
import pandas as pd; from pathlib import Path
from puremacro import fetch; DATA = Path('data') # el bundle de las lecciones
# fetch_qna_expenditure(['MEX']) vuelve VACIO: filtra PRICE_BASE='L' y Mexico
# solo existe en base fija 'Q'. PIB y consumo de HOGARES, volúmenes:
qna = pd.read_csv(DATA / 'oecd_qna_apertura.csv', parse_dates=['date'])
qna = qna[qna['code'] == 'MEX'] # gdp_vol conh_vol exp_vol imp_vol (+nom)
# OJO: la FBCF mexicana NO viaja en el cache; para el K del inventario
# permanente traiganla del BIE de INEGI (FBCF, volumen, trimestral).
lfs = fetch.fetch_ilstat_lfs_panel(countries=['MEX'], frequency='Q',
                                  adjustment='SA') # urate, emp, epop
```

Parte modelo (Python + puremacro): el .mod con la calibración mexicana y una tabla modelo-vs-datos. Memo de a lo más una página: (i) qué momentos replica el modelo y cuáles no — adelanto: el modelo cerrado da  $\sigma_c/\sigma_y \approx 0.33$  (RBC canónico,  $\nu = 1.5$ , HP 1600) contra el 0.96 mexicano, así que el fallo no es de signo sino de **magnitud**, y es grande: casi el triple de suavizamiento — y (ii) si se arregla con más  $\sigma_a$  (ojo: eso sube numerador y denominador a la vez), con choques de tendencia (Aguiar-Gopinath) o con el choque no neutral  $q_t$  de este mazo (sin costos de ajuste: éstos son de B1), defendido con la descomposición de la varianza. Nota honesta: no hay fetcher INEGI/ENOE — discutan qué se pierde midiendo con agregados un país con  $\sim 55\%$  de informalidad. **Este memo es la sección 3 de la Tarea 2, que sale en la semana 8 y se entrega el viernes 23 de octubre de 2026: en el detalle manda el enunciado.**

## De calibrar a estimar: los datos también pueden elegir los parámetros

---

La calibración fija los parámetros con momentos de la senda de crecimiento balanceado. La alternativa es **estimarlos** con las mismas series que el modelo pretende explicar — solo conceptual por ahora; la teoría llega en el bloque econométrico del curso:

- **Máxima verosimilitud**: la solución log-lineal es un sistema de espacio de estados; el filtro de Kalman entrega la verosimilitud de los datos y Dynare la maximiza con el comando `estimation`
- **Métodos bayesianos**: priors sobre los parámetros  $\times$  verosimilitud  $\rightarrow$  distribución posterior, simulada por MCMC en el mismo comando; es el estándar actual para modelos DSGE
- **Business Cycle Accounting** (Chari, Kehoe y McGrattan, 2007): en vez de estimar parámetros, mide las “cuñas” que harían que las condiciones de equilibrio se cumplieran exactamente en los datos, y pregunta qué fricción se esconde detrás de cada cuña

Smets y Wouters (2007); Chari, Kehoe y McGrattan (2007); Fernández-Villaverde, Rubio-Ramírez y Schorfheide (2016).

## Simulación

---

Primero necesitamos calcular el estado estacionario. Para preferencias homotéticas y tecnología Cobb–Douglas podemos obtener el estado estacionario de forma analítica. En este ejemplo, no. Es necesario resolver numéricamente la condición de eficiencia estática en la senda de crecimiento balanceado, como en el mazo A2. El siguiente paso es obtener los coeficientes indeterminados y ejecutar una **simulación de Montecarlo**:

- Obtenemos una simulación de choques a la productividad  $\overrightarrow{\epsilon}_T$  para un  $T$  grande
- Simulamos iterativamente  $A_t$  y  $K_t$  para la secuencia de choques aleatorios
- Obtenemos las reglas de decisión para el trabajo y el consumo
- Aplicamos el filtro HP o de Hamilton a las simulaciones, para eliminar tendencias que surgieran arbitrariamente en la simulación
- Simulamos momentos como lo hicimos con los componentes cíclicos de los datos y calculamos funciones de impulso respuesta

## Modelos DSGE declarativos: archivos `.mod` y `puremacro.dsg`

---

Para automatizar la diferenciación simbólica, el cálculo del estado estacionario y la perturbación de primer orden, la literatura utiliza especificaciones declarativas escritas en archivos `.mod` (estándar de Dynare).

En este curso resolvemos el modelo en **Python puro** mediante el módulo `puremacro.dsg`:

```
from puremacro.dsg import load_mod
```

```
# 1. Cargar la especificación declarativa .mod (Dynare estándar, sin MATLAB)
```

```
m = load_mod("modelos/rbc_canonico.mod")
```

```
# 2. Resolver perturbación de 1.er orden vía descomposición QZ de Klein (2000)
```

```
res = m.stoch_simul(order=1, irf=40)
```

Todo archivo `.mod` organiza el modelo en cuatro bloques fundamentales:

- **Variables:** endógenas (`var`) y choques exógenos (`varexo`).
- **Parámetros:** asignación numérica calibrada (`parameters`).
- **Modelo:** ecuaciones no lineales de equilibrio y CPO (`model`).
- **Computación:** estado estacionario (`steady_state_model`) y choques (`shocks`).

## El mapa del archivo .mod

---

Todo archivo .mod recorre los mismos bloques — los comentarios se escriben como `//`, `/* */` o `%`:

```
var c k l y a;           // 1. endogenas
varexo e_a;              //   exogenas (innovaciones)

parameters alpha beta delta mu nu rho_a g;
alpha = 0.33; beta = 0.99; // 2. asignacion de valores
// ...

model;                   // 3. CPD + factibilidad + proceso de a_t
// eficiencia intra e intertemporal, restriccion de recursos, AR(1) de a
end;

steady_state_model;      // 4a. estado estacionario
// ...
end;

shocks;                  // 4b. choques
var e_a; stderr 0.007;
end;

stoch_simul(order=1, irf=40, hp_filter=1600); // 4c. simulacion
```

En clase ejecutamos este archivo en vivo (`modelos/rbc_canonico.mod`) y modificamos bloques sobre la marcha.

## Simulación estocástica

---

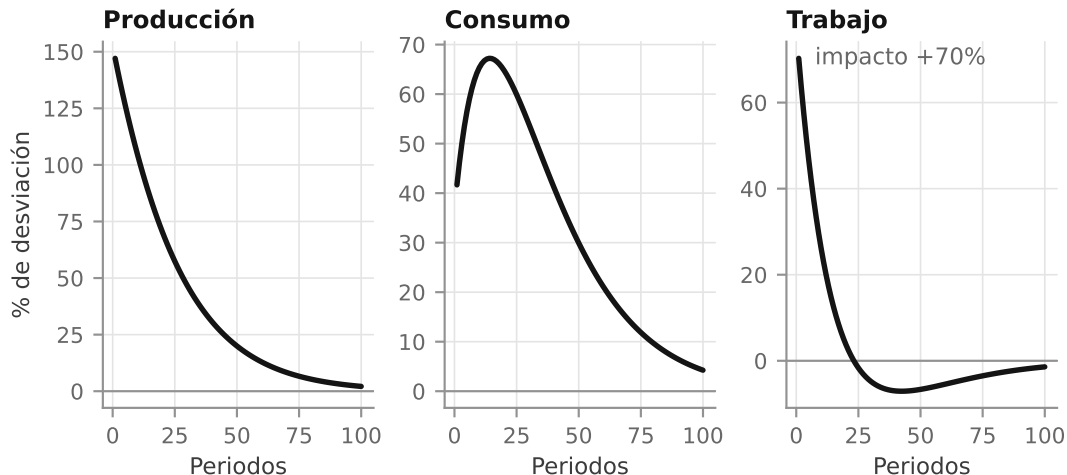
El comando **stoch\_simul** es la culminación de haber definido correctamente el modelo y el que produce los resultados que hemos estudiado hasta el momento:

- Cálculo de segundos momentos para comparar las simulaciones con los datos
- Cálculo de funciones de respuesta ante impulsos estructurales con las opciones **irf** y **relative\_irf**
- Descomposición de la varianza condicional de los choques estructurales con la opción **conditional\_variance\_decomposition**, aunque no puede haber una descomposición de la varianza relevante en un modelo con un solo choque

Con este comando se cierra el miniproyecto de México: de aquí sale la tabla modelo-vs-datos del memo.

## Funciones de impulso respuesta

La respuesta del producto, el consumo y el trabajo ante el choque tecnológico:

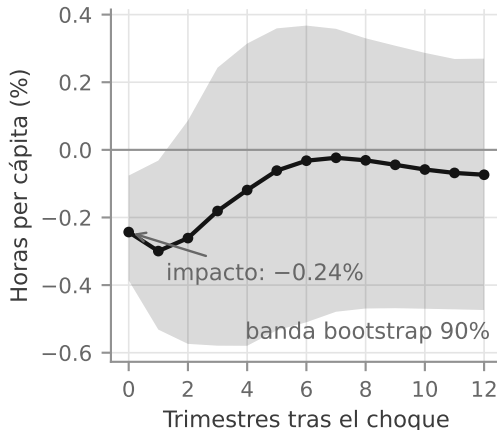


Persistencia y comovimiento característicos del modelo neoclásico: el suavizamiento intertemporal deja  $\sigma_c < \sigma_y$  y la inversión absorbe la mayor parte del choque. Fíjense en el signo de las horas: en el modelo **suben**, y ése es el signo que Galí (1999) lleva a los datos.

## Galí (1999): ¿de verdad suben las horas?

El mecanismo central del modelo — la sustitución intertemporal del trabajo — acaba de predecir que las horas suben tras un choque tecnológico. Galí (1999) identifica el choque tecnológico como el único con efecto permanente sobre la productividad (Blanchard-Quah) y encuentra que las horas **caen** en impacto.

El RBC canónico sube las horas  $+0.13\%$  en impacto; el SVAR de la figura las baja  $-0.24\%$ .



## Receta: repliquen a Galí con bq\_svar

---

```
from puremacro.var.identify.bq import bq_svar
import pandas as pd, numpy as np
from pathlib import Path; DATA = Path('data') # el bundle de las lecciones

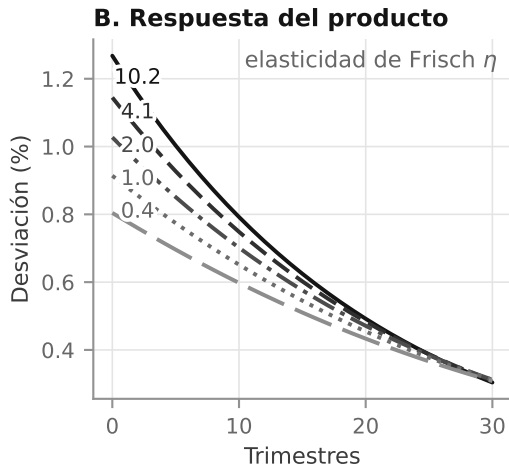
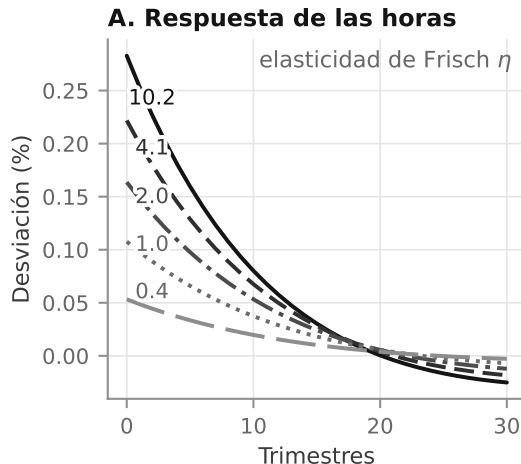
df = pd.read_csv(DATA / 'gali1999.csv')          # ophnfb, hoanbs, cnp16ov
x = 100*np.log(df['ophnfb'])                     # productividad del trabajo
n = 100*np.log(df['hoanbs']/df['cnp16ov'])        # horas per capita
Y = np.column_stack([x.diff(), n.diff()])[1:]
res = bq_svar(Y, p=4, horizon=20, permanent_var_idx=0)
```

Superpongan la IRF empírica sobre la de Dynare. ¿Falla el modelo o falla la identificación? Si se estima en niveles, el signo se revierte (CEV 2003). Cuando no estamos seguros de la precisión de algún parámetro — ¿o de un mecanismo? — el paso natural es un **análisis de sensibilidad**: vamos a analizar las IRFs para distintos valores de  $\nu$ , la curvatura del ocio ( $1/\nu$  gobierna la elasticidad de Frisch del trabajo).

Galí (1999); Christiano, Eichenbaum y Vigfusson (2003); Francis y Ramey (2005).

## Análisis de sensibilidad

El **.mod** admite el análisis de sensibilidad con unas líneas más, que repiten la simulación estocástica para distintos valores de  $\nu$  (el bucle se escribe en vivo sobre el **.mod** de la demo):



## ¿Margen intensivo o extensivo? El dato detrás de $\nu$

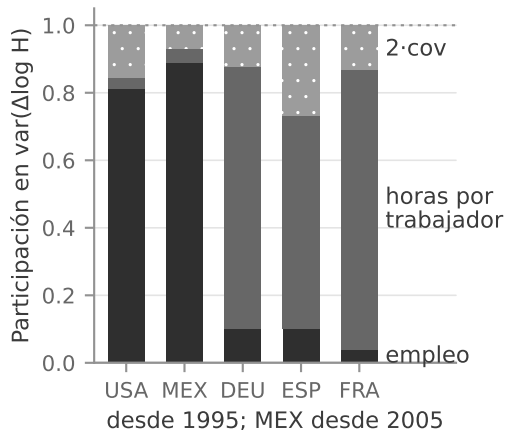
---

La sensibilidad a  $\nu$  supone que todo el ajuste del trabajo es margen intensivo (horas por trabajador). Descompongan la varianza de las horas totales, país a país — por fin usamos las columnas  $e$  y  $h/e$  de la tabla inicial:

```
from puremacro.fetch.oecd_qna_labor import fetch_qna_labor
from puremacro import fetch; import numpy as np, pandas as pd
# EUA no esta en la QNA de la OCDE (y JPN/KOR no traen horas): pedirlo NO da
# error, solo devuelve el panel sin esas filas. EUA entra por la BLS/FRED:
lab = fetch_qna_labor(codes=['MEX','DEU','ESP','FRA'])
w = lab.pivot_table(index=['code','date'],                # formato largo -> ancho
                    columns='variable', values='value')
usa = pd.DataFrame({'log_hours_qna': np.log(fetch.fetch_fred('AWHI')),
                   'log_emp_qna': np.log(fetch.fetch_fred('USPRIV'))})
usa = usa.resample('QS').mean().loc['1995:']              # horas y empleo, EUA
w = pd.concat([w, pd.concat({'USA': usa}, names=['code','date'])])
dH = 100*w.groupby('code')['log_hours_qna'].diff()       # horas totales
dE = 100*w.groupby('code')['log_emp_qna'].diff()         # empleo
dh = dH - dE                                             # horas por trabajador
# var(dH) = var(dE) + var(dh) + 2*cov(dE, dh)  -> MEX .89, USA .81, DEU .11
```

El caché de las lecciones (oecd\_qna\_labor\_margenes.csv) cubre DEU, ESP, FRA y MEX —KOR sólo trae empleo—; EUA no viaja en él y hay que traerlo de FRED.

## El margen extensivo domina — y el modelo no lo tiene



El margen extensivo domina ( $\sim 81\%$  en EUA,  $\sim 89\%$  en México; en DEU, ESP y FRA no llega al  $11\%$ ) y el modelo no lo tiene. Si la gente decide trabajar o no (Hansen, Rogerson), ¿qué  $\nu$  “macro” emerge aunque cada individuo tenga una elasticidad de Frisch de 0.5? Y sin margen extensivo no hay desempleo: esto motiva los modelos de emparejamiento que veremos al final del curso. (Cautela de cobertura: la QNA de la OCDE no trae horas para JPN ni KOR, y las de EUA salen de la BLS vía FRED.)

## Trabajo indivisible: la lotería de empleo vuelve lineal la desutilidad agregada

---

**Hansen (1985)**: cada persona trabaja una jornada fija  $\bar{h}$  o no trabaja. **Rogerson (1988)**: el hogar sortea quién trabaja con una **lotería de empleo** con seguro perfecto — elige la probabilidad de empleo  $\pi_t$  y todos consumen lo mismo. La utilidad esperada del periodo es

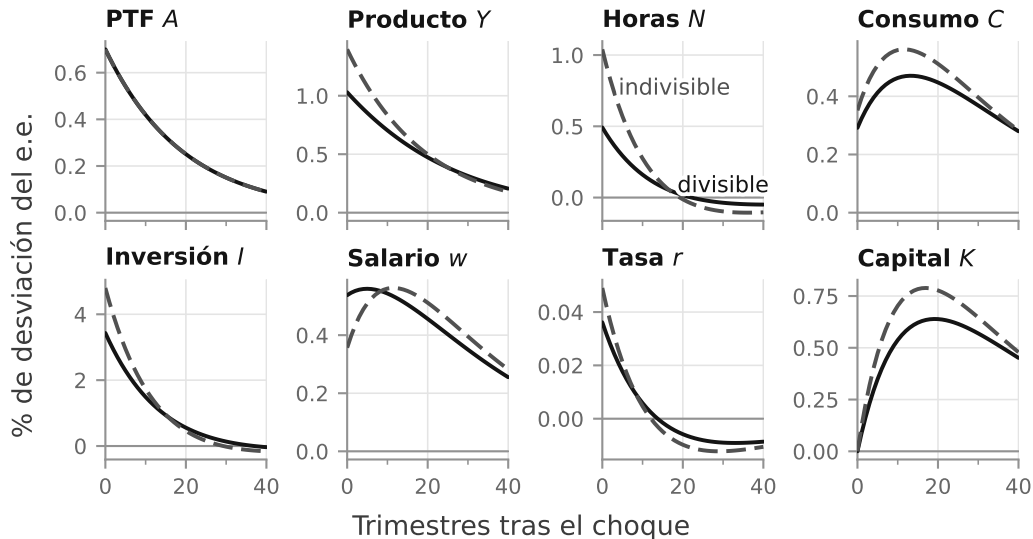
$$\log(c_t) + \pi_t \mu \frac{(1 - \bar{h})^{1-\nu}}{1 - \nu} + (1 - \pi_t) \mu \frac{1}{1 - \nu}$$

Con horas agregadas  $l_t = \pi_t \bar{h}$ , la utilidad del hogar queda **lineal en el trabajo**:

$$\log(c_t) + \frac{\mu}{1 - \nu} - B l_t, \quad B \equiv \frac{\mu [1 - (1 - \bar{h})^{1-\nu}]}{(1 - \nu) \bar{h}} > 0$$

La desutilidad marginal del trabajo agregado es constante: la elasticidad de Frisch **macro** es infinita aunque la elasticidad micro de cada trabajador sea  $\approx 0.5$ . Esa es la respuesta a la pregunta de qué  $\nu$  “macro” emerge: con margen extensivo dominante, el agregado se comporta como el límite  $\nu \rightarrow 0$ , sin importar el  $\nu$  micro.

## La indivisibilidad casi duplica la respuesta de las horas



## Mismo choque, dos ofertas laborales: qué compra la indivisibilidad

---

Con desutilidad lineal (Frisch  $\rightarrow \infty$ ) la respuesta de las horas en impacto es  $\approx 2$  veces la del caso divisible log-log.

### Con esto se cierra el círculo de la sensibilidad a $\nu$

El margen extensivo no “elige” un  $\nu$  intermedio de calibración: empuja la economía agregada al extremo más elástico — y acerca  $\sigma_h/\sigma_y$  a la del dato.

El precio: el modelo sigue sin desempleo involuntario, la puerta a los modelos de emparejamiento.

Cuadernos acompañantes: T02\_B\_rbc\_dynare\_local, celda 13 — el barrido de  $\nu$  y el caso de Hansen ( $\nu = 0$ ): la respuesta de impacto de las horas pasa de 0.234 con  $\nu = 1$  a 0.496, es decir  $\times 2.1$ .

T04\_A\_tax\_multiplier\_three\_ways (multiplicadores fiscales con trabajo divisible de Hansen vs. indivisible).

## Choques y suavizamiento intertemporal del consumo

---

Con las herramientas que hemos desarrollado vamos a evaluar el efecto que tienen los choques que hemos estudiado en la parte empírica a través del mecanismo de transmisión que es el suavizamiento intertemporal del consumo:

- Choques tecnológicos neutrales y no neutrales
- Choques al gasto público y a los impuestos
- Choques de demanda
- Choques a la incertidumbre

## Choques neutrales y no neutrales

---

Vamos a ilustrar el cálculo de la descomposición de la varianza resolviendo un problema muy similar al anterior, pero vamos a añadir choques específicos no neutrales a la inversión, aunque nos abstraemos de cualquier crecimiento de la población o productividad total de los factores neutral o no neutral.

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$
$$c_t + \frac{k_t - (1-\delta)k_{t-1}}{q_t} = e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

donde

$$a_{t+1} = \rho_a a_t + \epsilon_{at+1}$$

$$\log(q_{t+1}) = \rho_q \log(q_t) + \epsilon_{qt+1}$$

donde los errores  $[\epsilon_{at+1}, \epsilon_{qt+1}]$  siguen una distribución normal multivariada  $N(0, \Sigma)$ . Escribir el proceso de  $q_t$  en logaritmos garantiza  $q_t > 0$  (divide a la inversión) y fija su mediana (media geométrica) de largo plazo en uno.

## El reto no es resolver el modelo: es medir $q_t$

---

Añadir más elementos a un modelo presenta varios retos. Uno es el de su solución numérica (no en la mayoría de nuestros ejemplos). El más importante es cómo encontrar una contrapartida empírica de los elementos que introducimos. En concreto:

- Existe una literatura bastante amplia que obtiene valores para  $\sigma$  y  $\nu$  de datos agregados y microdatos
- Existe una tradición económica de más de medio siglo dedicada a medir la productividad total de los factores  $a_t$
- Pero no tenemos tanta idea sobre cómo medir la evolución agregada de la calidad de los bienes de inversión  $q_t$

## ¿Cómo medimos $q_t$ ? El precio relativo de la inversión, invertido

---

Greenwood et al. (1997) y (2000) son buenos puntos de partida para profundizar en el tema del cambio en la calidad de los bienes de inversión y sus implicaciones a corto y a largo plazo. Nosotros vamos a seguir el enfoque más sencillo y suponer que el precio relativo de la inversión es inversamente proporcional a la calidad

$$q_t \propto \frac{1}{p_{it}}$$

y que el logaritmo del deflactor de la formación bruta de capital fijo es estacionario en torno a una tendencia cuadrática, cuyo componente estacionario sería

$$\log(p_{it+1}) = (1 - \rho_i)p_i + \rho_i \log(p_{it}) + \epsilon_{it+1}$$

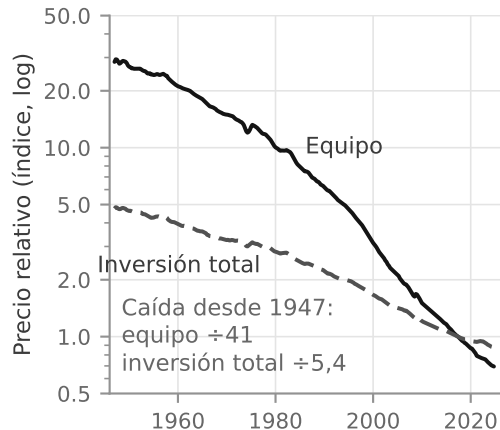
por lo que el proceso de calidad de bienes de inversión quedaría definido por

$$\log(q_{t+1}) = -(1 - \rho_i)p_i + \rho_i \log(q_t) - \epsilon_{it+1}$$

donde  $\epsilon_{it+1} \rightarrow^{iid} N(0, \sigma_i^2)$ . Greenwood et al. (2000) encuentran  $\rho_i = 0.64$  y  $\sigma_i = 0.03$ , un proceso menos persistente y más ruidoso que el que suele encontrarse para la productividad total de los factores, aunque tengan en cuenta que el enfoque de los autores es más complejo que el sugerido en el texto.

## Tarea corta para casa: midan $q_t$ — el precio relativo del equipo, 1947-2024

No tomen el proceso de  $q_t$  como acto de fe — médanlo en casa (tarea corta). El precio relativo del equipo (PERIC) se divide entre  $\sim 41$  desde 1947 ( $\sim 4.8\%$  anual); el de la inversión total (PIRIC), entre  $\sim 5$  ( $\sim 2\%$  anual).



## Receta: estimen el AR(1) del precio relativo del equipo

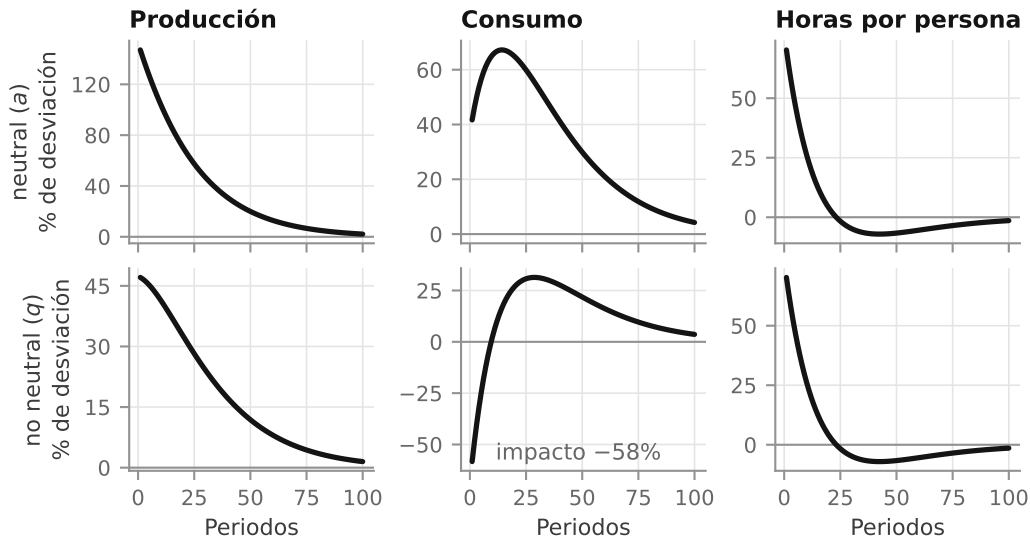
---

```
from puremacro import fetch
import numpy as np, statsmodels.api as sm

p = np.log(fetch.fetch_fred('PERIC'))          # precio relativo del equipo
t = np.arange(len(p))
X = sm.add_constant(np.column_stack([t, t**2]))
pc = sm.OLS(p, X).fit().resid.to_numpy()        # tendencia cuadratica fuera
ar = sm.OLS(pc[1:], sm.add_constant(pc[:-1])).fit()
rho_hat, sig_hat = ar.params[1], ar.resid.std() # sale rho=1.007, sig=.009
d = np.diff(p.to_numpy())                     # la salida: en Delta log
ar_d = sm.OLS(d[1:], sm.add_constant(d[:-1])).fit() # rho=.60, sig=.008
```

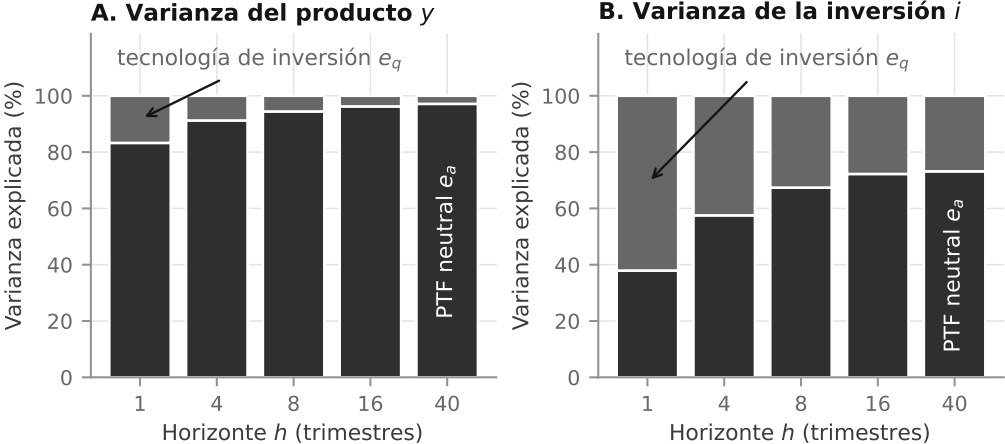
El `.to_numpy()` no sobra: con índice de fechas `pc[1:]` y `pc[:-1]` no están alineados y `statsmodels` aborta con *indices for endog and exog are not aligned*. **Y si les sale  $\hat{\rho}_i = 1.007$  no se equivocaron:** una tendencia cuadrática no estacionariza  $\log(p_{it})$  a frecuencia trimestral, y  $\hat{\sigma}_i = 0.009$  queda muy por debajo del 0.03 del texto. En  $\Delta \log$  sí sale un AR(1) manejable,  $\hat{\rho} = 0.60$  y  $\hat{\sigma} = 0.008$ , cerca del 0.64 de los autores: metan ése en el `.mod` —nunca un  $\hat{\rho} \geq 1$ , que vuelve explosivo el proceso exógeno y tumba `stoch_simul` por Blanchard-Kahn— y midan cuánto cambia la descomposición de la varianza con choques a la inversión. Extensión multi-país (opcional): `korv_panel_klems.csv` viaja con las lecciones, con  $\Delta \log(P_K/P_C)$  anual de 25 países en `dlog_pk_pc`; `puremacro.klems.load_klems_panel(include_investment=True, equip_def='tangible')` es la vía general, pero exige montar a mano el árbol crudo de EU-KLEMS, que **no** se distribuye.

## Funciones de impulso respuesta



# Descomposición de la varianza

Identificar con rigor los choques estructurales decide la evaluación de la política pública y fundamenta una descomposición de la varianza creíble.



Con  $\rho_q = 0.60$  y  $\sigma_q = 0.008$  —los de la receta—, la PTF explica del 83 % al 97 % de la varianza del producto y el choque específico el 62 % de la de la inversión en  $h = 1$ , que baja al 27 % en  $h = 40$ . El enfoque estándar en la literatura recurre a métodos bayesianos o identificación SVAR.

## Sensibilidad: $\nu$ mueve las IRFs; $\sigma_q$ , la descomposición de la varianza

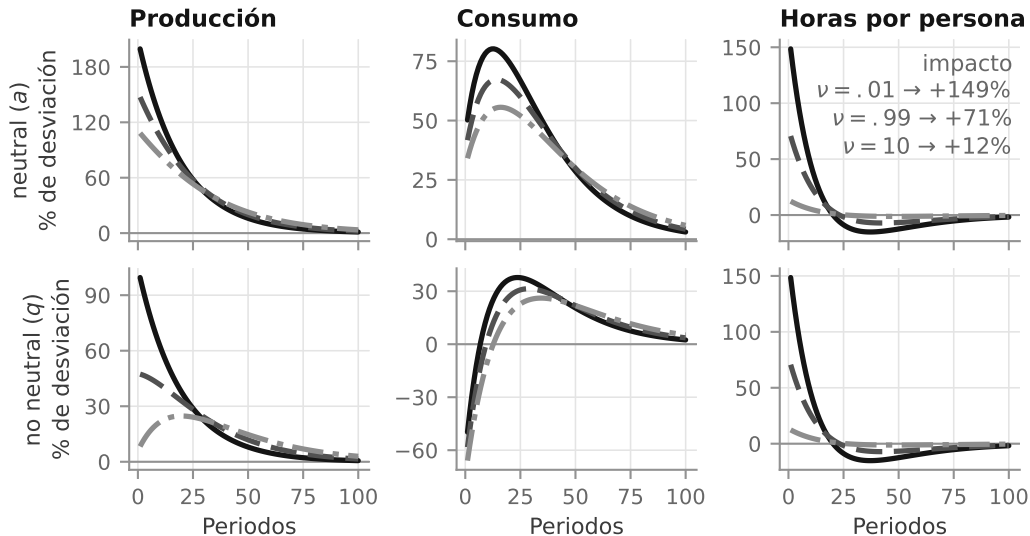
---

Repetimos la simulación estocástica para distintos valores de  $\nu$  (curvatura del ocio) y de  $\sigma_q$ . Cada parámetro opera sobre un objeto distinto: en la lámina siguiente, las IRFs para tres valores de  $\nu$ ; en la de después, la VD para tres valores de  $\sigma_q$  (las dos parejas completas de figuras están en el apéndice).

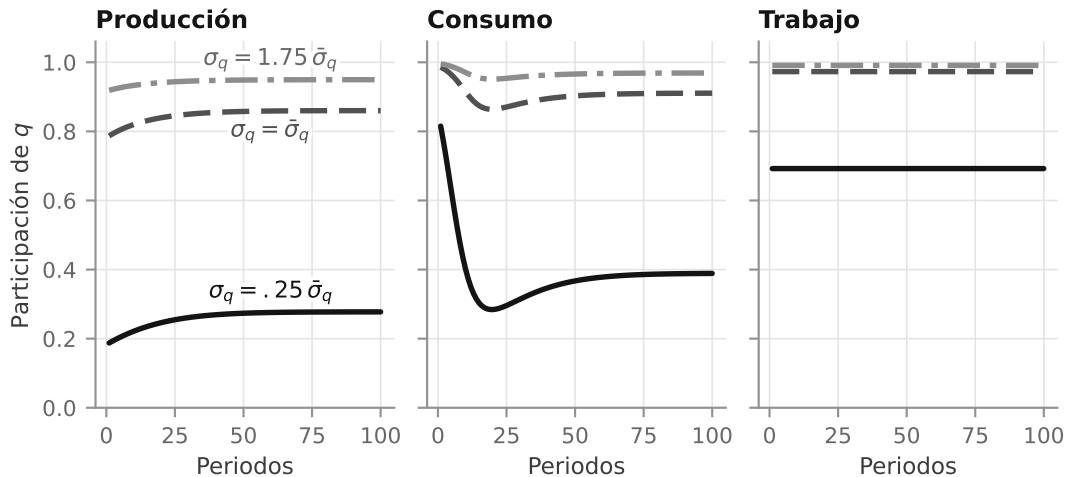
**Principio:**  $\nu$  mueve las IRFs pero apenas la descomposición de la varianza;  $\sigma_q$ , al revés.

No obstante, los investigadores considerarían que el modelo carece de elementos esenciales para que cambios en incertidumbre sean relevantes, como costos de ajuste o uso variable del capital, costos de ajuste de la mano de obra y uso de aproximaciones de tercer orden.

## Sensibilidad a $\nu$ : las IRFs se desplazan



## Sensibilidad a $\sigma_q$ : cambia la descomposición de la varianza



## Choques fiscales: los impuestos obligan a descentralizar el modelo

Con impuestos distorsionantes no se cumplen los teoremas del bienestar: el modelo se escribe de forma descentralizada, con precios de factores  $w_t$  y  $p_{kt}$  (la motivación completa, en el apéndice):

$$\max_{c_t, l_t, k_t, b_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \frac{(c_t + \psi G_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$

sujeto a:

$$c_t + \frac{k_t - (1-\delta)k_{t-1}}{q_t} + b_t = (1-\tau_t)(w_t l_t + p_{kt} k_{t-1}) + (1+r_{t-1})b_{t-1} + \Omega_t^*$$

donde

$$a_{t+1} = (1-\rho_a)a + \rho_a a_t + \epsilon_{at+1}$$

$$q_{t+1} = (1-\rho_q)q + \rho_q q_t + \epsilon_{qt+1}$$

$$\tau_{t+1} = (1-\rho_\tau)\tau + \rho_\tau \tau_t + \epsilon_{\tau t+1}$$

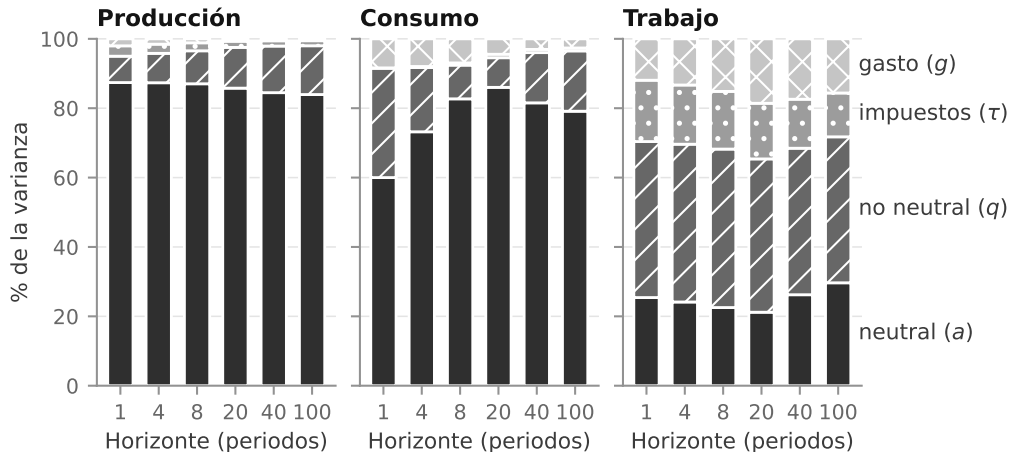
$$g_{t+1} = (1-\rho_g)g + \rho_g g_t + \epsilon_{gt+1}$$

donde los errores siguen una distribución normal multivariada  $N(0, \Sigma)$ ;  $G_t = g_t y_t$  es el gasto público, con  $g_t$  su participación en el PIB, y  $\Omega_t^*$  es la transferencia que cierra el presupuesto público (las dos formas de cerrarlo — balanceado o con deuda — están en el apéndice).

Aquí escribimos  $q_t$  en niveles con media  $q > 0$  como aproximación local; la versión en logaritmos de la lámina de choques no neutrales es la que garantiza  $q_t > 0$  globalmente.

## La VD con cuatro choques: ilustrativa, no estimada

Resolvemos esta versión del modelo en Dynare con impuestos del 30 % y gasto público del 20 % del PIB (las IRFs de los cuatro choques están en el apéndice):



Son sólo resultados ilustrativos de la técnica, ya que no hemos hecho ningún intento de alimentar el modelo con procesos estocásticos sobre productividad neutral y no neutral, impuestos y gasto público.

## Debate: el auge de la IA — $\dot{a}_t$ , $q_t$ o $\zeta_t$ ?

---

Los choques de demanda entran por las preferencias:  $\zeta_t$  altera el descuento intertemporal mediante el factor  $\prod_{s=0}^{t-1} e^{\zeta_s}$  y  $\theta_t$  multiplica a la utilidad del ocio; ambos siguen AR(1) (el modelo completo, en el apéndice).

Clasifiquen ahora el auge de centros de datos 2023–2026: tres hipótesis con implicaciones observables (comovimiento  $C$ – $I$ , precio relativo del equipo, descomposición de la varianza condicional):

- $\dot{a}$ Choque de noticias (*news shock*) de PTF futura (Beaudry–Portier)? La inversión sube hoy por una productividad que todavía no aparece en  $a_t$
- $\Delta q$ ? El costo de cómputo cae más rápido que nunca: sería el choque  $q_t$  que acaban de estimar
- $\dot{\zeta}_t$ ? Una fiebre inversora: choque al descuento intertemporal sin contrapartida tecnológica

Anclas de datos: la participación de la propiedad intelectual en la inversión fija no residencial (Y001RC1Q027SBEA/PNFI) está en máximos históricos —la serie completa, en el apéndice—; PIRIC sigue cayendo.

Cierre incómodo: si es  $\zeta_t$ , el auge puede acabar sin ganancia de productividad. ¿Cómo lo distinguirían en tiempo real y qué dice Acemoglu (2024)? Salvedad empírica: Angeletos, Collard y Dellas (2020) encuentran que el choque que domina el ciclo no se parece a la PTF ni a las noticias sobre ella.

Beaudry y Portier (2006); Fisher (2006); Angeletos, Collard y Dellas (2020); Acemoglu (2024).

## Choques a la incertidumbre

---

La historia económica, desde finales de los años 70, nos muestra la importancia cíclica de la incertidumbre que ocasionan acontecimientos políticos, el precio de los energéticos, el mercado inmobiliario de un país o, recientemente, las guerras comerciales globales. Los macroeconomistas se han esforzado en incorporar la incertidumbre de al menos tres formas distintas. Supongamos un proceso

$$a_{t+1} = \rho_a a_t + e^{v_{t+1}} \epsilon_{t+1}$$

donde  $\epsilon_{t+1} \rightarrow N(0, 1)$  y  $v_t$  es la log-volatilidad. Podemos modelar cambios en la varianza:

- A través de procesos de volatilidad estocástica (un AR(1) en la log-volatilidad con su propio choque  $u_t$ )

$$v_{t+1} = (1 - \rho_v)v + \rho_v v_t + (1 - \rho_v^2)^{\frac{1}{2}} \eta u_t$$

- A través de procesos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizados, escritos sobre la desviación estándar condicional  $\sigma_t \equiv e^{v_t}$

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega_\sigma + \alpha_\sigma (\sigma_t \epsilon_t)^2 + \beta_\sigma \sigma_t^2$$

- A través de cambios de régimen discretos, gobernados por una cadena de Markov y que no vamos a tratar en este curso

## El RBC con volatilidad estocástica: la incertidumbre como choque propio

---

Vamos a estudiar este tipo de procesos en un modelo relativamente sencillo:

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$

sujeto a la restricción:

$$c_t + (1+g)k_t - (1-\delta)k_{t-1} = e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

donde:

$$a_{t+1} = \rho_a a_t + e^{v_{t+1}} \epsilon_{t+1}$$

donde  $\epsilon_{t+1}$  es i.i.d.  $N(0, 1)$  y la log-volatilidad  $v_{t+1}$  sigue

$$v_{t+1} = (1 - \rho_v)v + \rho_v v_t + (1 - \rho_v^2)^{\frac{1}{2}} \eta u_t$$

con  $u_t$  i.i.d.  $N(0, 1)$ : el logaritmo de la productividad pasa a ser un proceso de **volatilidad estocástica**, con la log-volatilidad en su propio AR(1) y su propio choque.

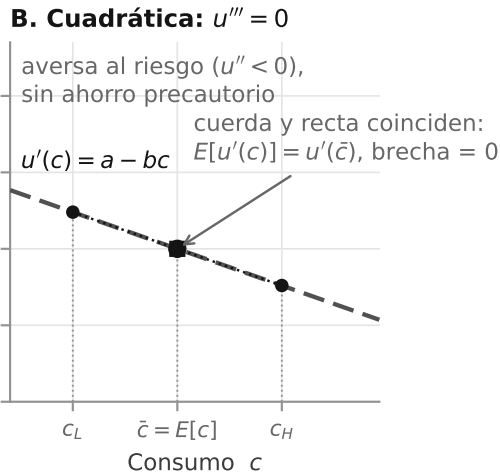
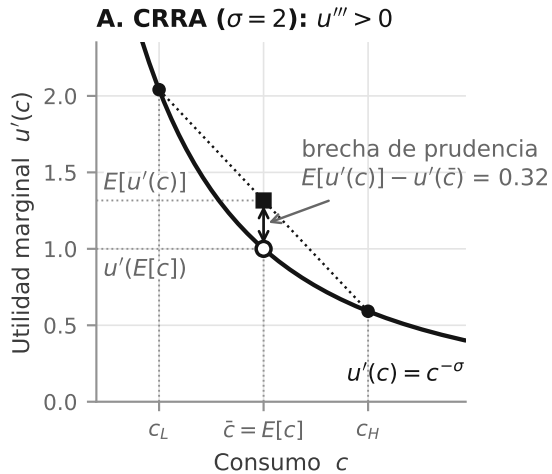
- Estos modelos piden aproximaciones de tercer orden para capturar el efecto de la **prudencia** sobre consumo, inversión y trabajo
- En un modelo no lineal la respuesta depende del estado: se reporta la **GIRF** de Koop, Pesaran y Potter (1996),  $GIRF_h = E[y_{t+h} | \text{choque, estado}] - E[y_{t+h} | \text{estado}]$
- El efecto teórico de la incertidumbre no está claro: operan varios mecanismos a la vez

## Tres mecanismos, signos opuestos: prudencia, Oi-Hartman-Abel y opciones reales

---

- La **prudencia** de los hogares ( $u''' > 0$ ): por Jensen, más incertidumbre eleva la utilidad marginal esperada del consumo futuro  $E_t [u'(c_{t+1})]$  e induce ahorro precautorio que deprime el consumo presente. La aversión al riesgo no basta: la utilidad cuadrática es aversa al riesgo pero, con  $u''' = 0$ , no genera ahorro precautorio (la desigualdad de Jensen sobre  $u'$  lo muestra gráficamente)
- El efecto **Oi-Hartman-Abel**: si los factores pueden ajustarse una vez observado el choque, el beneficio es convexo en el choque y, por Jensen, más incertidumbre **eleva** el beneficio esperado — la incertidumbre puede ser expansiva; su magnitud depende del grado de rendimientos decrecientes a escala
- Las **opciones reales** (*wait-and-see*): con inversión irreversible o costos de ajuste no convexos, esperar tiene valor — más incertidumbre deprime inversión y contratación (Bernanke, 1983; es el canal por el que apuesta Bloom, 2009); las fricciones financieras (restricciones de liquidez, requerimientos de capital) refuerzan este signo contractivo

## Prudencia y ahorro precautorio: la desigualdad de Jensen sobre $u'(c)$



Dos estados de consumo equiprobables. Con  $u'$  **convexa** ( $u''' > 0$ ) el promedio de  $u'$  entre los dos estados queda por encima de  $u'$  evaluada en el consumo promedio,  $E[u'(c)] > u'(E[c])$ , y por la ecuación de Euler el hogar recorta  $c_t$  y ahorra por precaución. Con utilidad **cuadrática** ( $u''' = 0$ ) la cuerda coincide con la recta, la desigualdad se vuelve igualdad y no hay ahorro precautorio pese a que el hogar sigue siendo averso al riesgo.

## Bloom (2009) contra el RBC con volatilidad estocástica

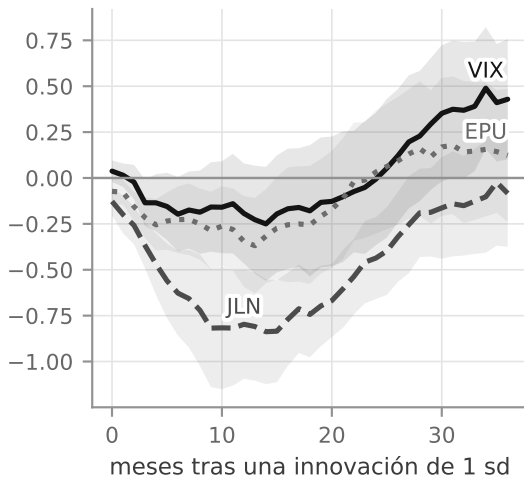
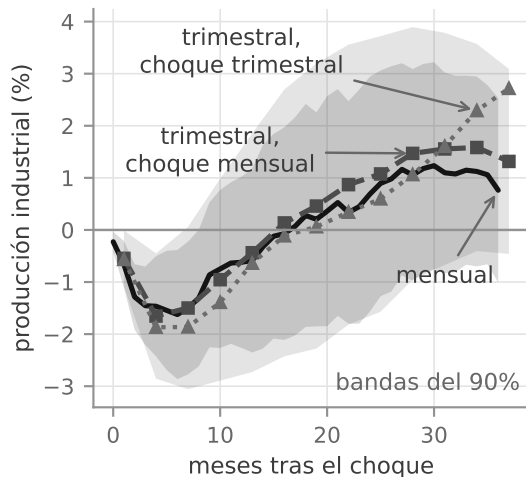
---

Acabamos de admitir que el modelo “carece de elementos esenciales” para que la incertidumbre importe. Midamos cuánto: en los datos, un choque de incertidumbre hunde la producción industrial, con un rebote posterior que depende de la medida.

```
from puremacro.fetch import epu
from puremacro import fetch, uncertainty, cycles, lp
import numpy as np, pandas as pd
u = epu.fetch()                                # EPU mensual, formato largo
sh = uncertainty.derive_innovation_shock(u, 'epu_m')
sh = sh[sh['code'] == 'USA'].set_index('date')['value']
ip = 100*np.log(fetch.fetch_fred('INDPRO'))
c, _ = cycles.hamilton_filter(ip, h=24, p=12)    # convencion mensual
df = pd.DataFrame({'ip': pd.Series(c, ip.index), 'sh': sh}).dropna()
irf = lp.lp_hac(df, y='ip', x='sh', horizons=range(25), n_lags=6)
```

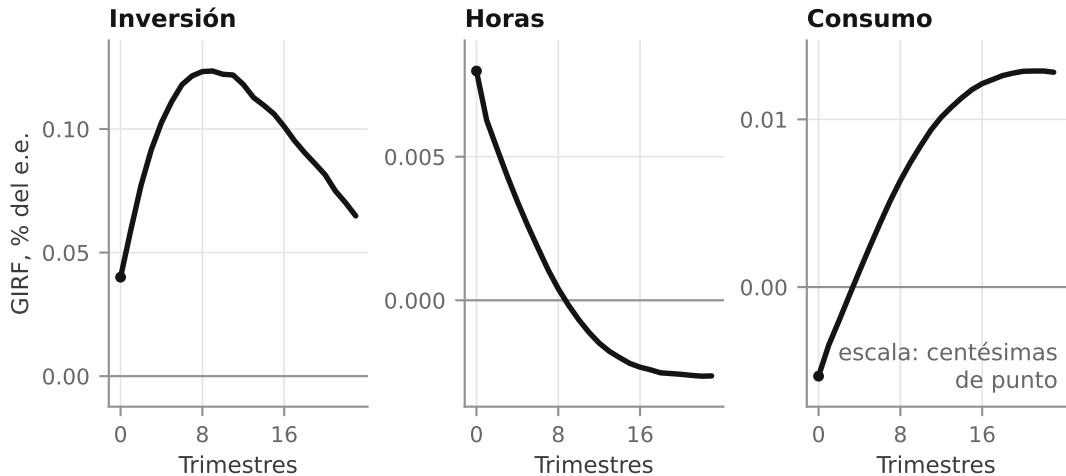
lp\_hac es por ahora una receta — la teoría de proyecciones locales llega en el bloque econométrico del curso.

## Los datos: la producción industrial ante un choque de incertidumbre



EUA, 1990-2019, mensual: proyecciones locales de Jordà de la producción industrial sobre la innovación de cada medida, con bandas al 90 %. Izquierda, la misma respuesta medida a frecuencia mensual y trimestral; derecha, tres medidas. El EPU —el de la receta— toca  $-0.37$  en el mes 13 y rebota a  $+0.18$  en el 31 con una banda que cruza el cero: el rebote **no** es significativo. El JLN cae  $-0.84$  y no rebota.

## El modelo: respuesta del RBC no lineal a un choque de log-volatilidad



Ojo a la escala vertical: la respuesta se mide en centésimas de punto porcentual.

## Bloom (2009) contra el RBC: el veredicto

---

Las dos láminas anteriores son el mismo experimento, primero en los datos y luego en el modelo. Comparen la respuesta del modelo ante un choque a la log-volatilidad  $v_t$  (RBC no lineal resuelto por iteración global de la función de política, con el AR(1) de  $v_t$  discretizado en dos estados; es la GIRF de Koop–Pesaran–Potter que definimos arriba, no una IRF lineal — en Dynare el mismo experimento exigiría `order=3`): el efecto es minúsculo frente al patrón empírico — exactamente los elementos ausentes (costos de ajuste, utilización variable, fricciones financieras) son los que convierten la incertidumbre en un choque de primer orden. El script `examples/bloom2009.py` del paquete es un ejercicio hermano (VAR con Cholesky sobre datos trimestrales), no una réplica.

Bloom (2009); Fernández-Villaverde, Guerrón-Quintana, Rubio-Ramírez y Uribe (2011); Baker, Bloom y Davis (2016); Basu y Bundick (2017).

## Una economía con fricciones detalladas tiene un gemelo neoclásico con cuñas

Chari, Kehoe y McGrattan (2007) demuestran **equivalencia** para una lista corta y explícita de fricciones: dada una de esas economías detalladas, construyen un **prototipo** —el modelo neoclásico ya derivado, con cuatro cuñas que varían en el tiempo— cuyas asignaciones coinciden con las de ella. La fricción se lee en el precio o la restricción que distorsiona.

### Las cuatro equivalencias efectivamente demostradas

- **Eficiencia**  $A_t$ : financiamiento de insumos —la empresa pide prestado para pagar insumos intermedios y el costo del crédito entra como pérdida de eficiencia
- **Trabajo**  $1 - \tau_{\ell,t}$ : salarios rígidos con choques monetarios, y poder monopólico de un sindicato sobre el salario
- **Inversión**  $1 + \tau_{x,t}$ : fricciones de financiamiento de la inversión con costos de verificación del estado
- **Gasto**  $g_t$ : economía abierta —las exportaciones netas, junto con las compras públicas

Lo demás que suele leerse en las cuñas es analogía, no teorema: la mala asignación entre unidades heterogéneas se lee en  $A_t$  (Restuccia y Rogerson; Hsieh y Klenow) y las fricciones de búsqueda y emparejamiento en  $1 - \tau_{\ell,t}$  (Shimer), pero ninguna viene con equivalencia probada en el artículo. El mapa es de muchos a uno: la cuña que se mueve **nombra una familia** de modelos; no elige uno dentro de ella.

Chari, Kehoe y McGrattan (2007); Carlstrom y Fuerst (1997); Bernanke, Gertler y Gilchrist (1999); Cole y Ohanian (2004); Restuccia y Rogerson (2008); Hsieh y Klenow (2009); Shimer (2009); Brinca, Chari, Kehoe y McGrattan (2016).

## Las cuatro cuñas entran una por ecuación, en las condiciones ya derivadas

El hogar descentralizado resuelve el problema de siempre con dos precios distorsionados: el salario neto  $(1 - \tau_{\ell,t})w_t$  y el costo de la inversión  $(1 + \tau_{x,t})$ ,

$$c_t + (1 + \tau_{x,t}) [(1 + g)k_t - (1 - \delta)k_{t-1}] = (1 - \tau_{\ell,t})w_t l_t + r_t k_{t-1} + T_t$$

con  $w_t = (1 - \alpha)e^{a_t} k_{t-1}^\alpha l_t^{1-\alpha}$  y  $r_t = \alpha e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha}$ . El cociente de las condiciones de primer orden en  $c_t$  y  $l_t$  da la **intratemporal**; la condición en  $k_t$ , la **Euler**:

$$\mu(1 - l_t^*)^{-\nu} c_t^* = (1 - \tau_{\ell,t})(1 - \alpha)e^{a_t} (k_{t-1}^*)^\alpha (l_t^*)^{-\alpha}$$

$$E_t \left\{ \left[ \alpha e^{a_{t+1}} (k_t^*)^{\alpha-1} (l_{t+1}^*)^{1-\alpha} + (1 - \delta)(1 + \tau_{x,t+1}) \right] \frac{\beta c_t^*}{c_{t+1}^*} \right\} = (1 + \tilde{g})(1 + \tau_{x,t})$$

$$c_t^* + (1 + g)k_t^* - (1 - \delta)k_{t-1}^* + g_t = e^{a_t} (k_{t-1}^*)^\alpha (l_t^*)^{1-\alpha}$$

Con  $\tau_{\ell,t} = \tau_{x,t} = g_t = 0$  se recuperan exactamente las tres condiciones de equilibrio del modelo deflactado. La cuña de eficiencia es  $e^{a_t}$ , ahora sin imponerle un AR(1).

Notación:  $(1 + g)$  es el factor de crecimiento de la senda balanceada y  $(1 + \tilde{g}) = (1 + g)/(1 + \hat{N})$  su versión por habitante;  $g_t$ , con subíndice temporal, es la cuña de gasto: un nivel ( $g_t = y_t - c_t - x_t$ ), a diferencia del  $g_t$  del bloque fiscal, que es una participación del PIB.

$\tau_{\ell,t}$  distorsiona solo el margen trabajo-ocio, mientras que el  $\tau_t$  del bloque fiscal grava por igual a los dos factores.

## Las cuñas se despejan como residuos; solo una necesita un pronóstico

Dados  $\alpha, \delta, \beta, \nu, \mu$ , una serie de capital por inventario permanente y los datos  $\{y_t, c_t, x_t, l_t\}$ , tres cuñas salen despejando directamente:

$$A_t = \frac{y_t}{k_{t-1}^\alpha l_t^{1-\alpha}}, \quad 1 - \tau_{\ell,t} = \frac{\mu(1-l_t)^{-\nu} c_t l_t}{(1-\alpha)y_t}, \quad g_t = y_t - c_t - x_t$$

La segunda es el cociente entre la relación marginal de sustitución ocio-consumo y el producto marginal del trabajo  $(1-\alpha)y_t/l_t$ : mide cuánto se aparta el dato de la igualdad que el modelo impone. Su forma depende de las preferencias: con desutilidad del trabajo  $\psi l_t^{1+\nu}/(1+\nu)$  en vez de curvatura del ocio, el numerador cambia y el número medido también.

La cuña de inversión es la única que vive dentro de una esperanza condicional. Chari, Kehoe y McGrattan tratan al vector  $s_t = (\log A_t, \tau_{\ell,t}, \tau_{x,t}, \log g_t)$  como un VAR(1),  $s_{t+1} = P s_t + Q \varepsilon_{t+1}$ , estimado por máxima verosimilitud junto con el prototipo; con  $P$  y  $Q$  en la mano,  $E_t$  queda determinada y  $\tau_{x,t}$  se despeja de la Euler.

**Advertencia:** por construcción las cuatro cuñas reproducen los datos **exactamente**. Que el prototipo “ajuste” no es evidencia a favor de nada; el contenido está en el reparto, no en el ajuste.

Mini-ejercicio: ¿qué le pasa a la  $A_t$  medida si la utilización del capital es variable y no se observa? ¿Y a  $1 - \tau_{\ell,t}$  si el ajuste del empleo es extensivo pero  $l_t$  solo recoge horas por trabajador?

## Una cuña a la vez: el experimento reparte el ciclo, no lo explica

---

El experimento central alimenta al prototipo con **una** cuña medida y deja a las otras tres en su valor de la senda balanceada, manteniendo las expectativas gobernadas por el mismo  $P$ . La serie simulada se compara con el dato.

- Resultado canónico para la Gran Depresión y la recesión de 1982 en EUA: las cuñas de **eficiencia** y de **trabajo** reproducen casi todo el movimiento del producto; la de **inversión** casi nada, y a veces lo empuja en la dirección equivocada
- Es contabilidad porque el mapa fricción  $\rightarrow$  cuña es de muchos a uno: la cuña de trabajo es compatible con impuestos, sindicatos, salarios rígidos o fricciones de emparejamiento, y el ejercicio no puede escoger entre ellos
- Todo lo que el prototipo no tiene (utilización variable, capital humano, error de medición, informalidad) reaparece disfrazado de cuña: la cuña mide la distancia al modelo, no una fricción de la economía
- Las componentes solo suman en la aproximación lineal; fuera de ella la descomposición no es aditiva y hay que reportar también la simulación con las cuatro cuñas juntas

La lectura honesta: el ejercicio **descarta** familias enteras de modelos. Si la cuña de inversión no se mueve, las fricciones financieras no pueden ser la historia principal, y ese poder de descarte es su aportación.

## El panel del curso mide las cuñas con dos atajos que hay que declarar

**Atajo 1, en las preferencias.** La fórmula del pizarrón supone  $U = \log c_t + \mu(1 - l_t)^{1-\nu}/(1 - \nu)$ , con  $\nu$  como curvatura del ocio. El panel usa la forma alternativa  $U = c_t^{1-\sigma}/(1 - \sigma) - \psi l_t^{1+\nu}/(1 + \nu)$ , con  $\sigma = 1$  (aversión al riesgo, no una volatilidad) y  $\nu = 2$  como **inversa** de la elasticidad de Frisch. Igualar de nuevo relación marginal de sustitución y producto marginal del trabajo da

$$1 - \tau_{\ell,t} = \frac{\psi l_t^{1+\nu} c_t^\sigma}{(1 - \alpha)y_t}, \quad \text{con } \psi \text{ calibrada país por país en 2000-2006}$$

Miden la misma distancia, pero **no** dan el mismo número: la columna `tau_stat` del panel es  $1/(1 - \tau_{\ell,t})$  de esta segunda fórmula, no de la primera.

**Atajo 2, en la Euler.** El panel no estima  $P$  ni  $Q$ . Quita  $E_t$  —previsión perfecta— e impone  $\tau_{x,t+1} = \tau_{x,t}$ ; despejando de la Euler ya escrita y fijando  $(1 + \tilde{g}) = 1$ ,

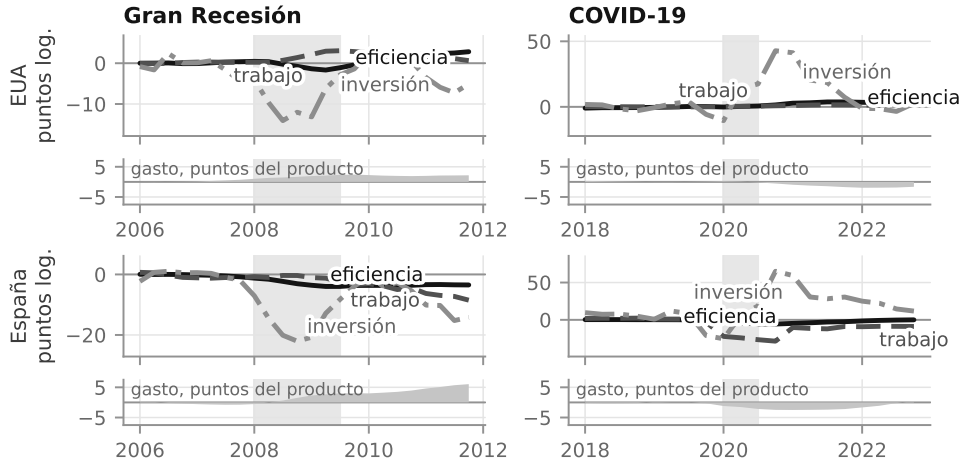
$$\frac{1}{1 + \tau_{x,t}} \simeq \frac{\beta^{-1}(c_{t+1}/c_t) - (1 - \delta)}{\alpha y_{t+1}/k_t}, \quad \text{normalizada a media 1 en 2000-2006}$$

Es un residuo de Euler ex post, no la cuña filtrada: hereda entera la sorpresa de  $c_{t+1}$ . Ancla: en EUA, 2000-2019, su desviación estándar es de **6.7** puntos logarítmicos, contra 4.4 de la cuña de eficiencia y 1.4 de la de trabajo; por eso se lee con una media móvil de cuatro trimestres.

Pregunta: si el consumo cae por confinamiento y no por la tasa de interés, ¿de qué signo es el error que este atajo mete en  $\tau_{x,2020}$ , y lo corregiría estimar  $P$  y  $Q$ ?

## En 2008-09 se mueve la Euler; en 2020, la intratemporal española

### La cuña de gasto es la callada: 6 puntos del producto en el peor caso



En 2008-09 la cuña de inversión cae 14 puntos logarítmicos en EUA y 22 en España, y la de eficiencia 1.7 y 4.0. En 2020 se invierte: la cuña de trabajo española se desploma 29 y la de inversión salta 65. La franja baja es la cuña de gasto. Los tamaños **no** son comparables entre cuñas: cada una entra en una ecuación distinta.

## Laboratorio: midan las cuñas de su país y digan qué familia acusan

### Python (puremacro) — las tres cuñas, puestas en una orientación común (caer = frenar)

```
import pandas as pd
from pathlib import Path; DATA = Path('data') # el bundle de las lecciones
# el panel congelado del Modulo 4b: 6 paises (CAN DEU ESP GBR KOR USA),
# subconjunto del panel de investigacion de 33 economias de la OCDE
cu = pd.read_csv(DATA / 'wedges_bca_curso.csv', parse_dates=['date'])
u = cu[cu['code'] == 'USA'].sort_values('date').set_index('date')
w = pd.DataFrame({'cunaA': 100*u['logA'], # eficiencia, 100*log A
                  'cunaL': -100*u['logS'], # trabajo, 100*log(1-tau_l)
                  'cunaX': 100*u['logD']}) # inversion, -100*log(1+tau_x)
s = w.rolling(4, center=True, min_periods=2).mean() # la Euler es ruidosa
print((s.loc['2006':'2011'] - s.loc['2006'].mean()).min().round(1))
# EUA -> cunaA -1.7, cunaL -0.1, cunaX -14.1 (ESP: -4.0, -8.5, -22.0)
```

Elijan uno de los seis países del panel (CAN, DEU, ESP, GBR, KOR, USA) y un episodio, midan la caída de cada cuña frente a su base y contesten: ¿qué familia de modelos acusa ese episodio? Trampa deliberada: el salto de la cuña de inversión en 2020 hereda el desplome del consumo, que entra en el residuo de la Euler. ¿Fricción financiera, o una Euler que no gobernó al consumo confinado?

## Las mismas cuñas, medidas: contabilidad del ciclo en Python

### Python (puremacro) — las cuatro cuñas, despejadas de las condiciones ya derivadas

```
import pandas as pd
from pathlib import Path; DATA = Path('data') # el bundle de las lecciones
DELTA = 0.015 # depreciacion trimestral (0.059 anual), comun a todo el panel
# el panel de investigacion: 33 economias de la OCDE, 2000T1-2025T2; alpha_c
# y beta_c vienen calibrados pais por pais en el panel; DELTA es comun
cu = pd.read_csv(DATA / 'wedges_panel_BGP_clean_nu2.csv', parse_dates=['date'])
u = cu[cu['code'] == 'USA'].set_index('date').loc['2000':'2019']
A = u.Y / (u.K**u.alpha_c * u.H**(1 - u.alpha_c)) # eficiencia
S = u.tau_stat # trabajo: 1/(1 - tau_1)
G = u.Y - u.C - u.I # gasto: un nivel
D = ((u.C.shift(-1)/u.C)/u.beta_c - (1 - DELTA)) / ( # inversion: residuo de
    u.alpha_c * u.Y.shift(-1) / u.K) # la Euler, ex post
```

Sin software privativo y sin estimar: las cuñas se despejan como residuos y el experimento de una cuña a la vez se resuelve por Newton sobre las tres condiciones del prototipo. Todo el pipeline de contabilidad del ciclo corre de forma reproducible en Google Colab o localmente.

Cuaderno acompañante: T04\_C\_business\_cycle\_accounting (medición de las cuatro cuñas sobre el panel de 33 economías y el experimento de una cuña a la vez; no es una réplica de Chari, Kehoe y McGrattan 2007).

## Las cuñas son un diagnóstico, no una explicación

---

- **Christiano y Davis (2006)**: la lectura de las cuñas no es robusta a dos decisiones que parecen inocuas. Primera, cómo se representa la fricción dentro del prototipo —la misma fricción financiera acaba en la cuña de inversión o dentro de la ecuación de acumulación de capital según cómo se escriba, y el veredicto cambia con ella. Segunda, cómo se especifica y estima el proceso conjunto de las cuñas: las restricciones sobre  $P$  y  $Q$  afectan al reparto
- La equivalencia va en una dirección cómoda: **dado** un modelo detallado se construye su prototipo, pero de la cuña medida no se recupera el modelo. Diagnóstico, no explicación
- El puente natural es escribir la fricción de forma explícita y dejar que los datos la disciplinen: verosimilitud por filtro de Kalman, priors y MCMC sobre el modelo estructural, en vez de residuos sobre el prototipo

La pregunta que ordena todo el bloque —qué choque o qué fricción importa— se contesta primero con cuñas, que descartan familias, y después con estimación, que pone números a la familia superviviente.

## Qué debe salir de aquí para el parcial

---

- **La tabla de momentos:** volatilidades relativas y correlaciones con el PIB, y cómo cambian por regímenes — es la vara contra la que se mide cualquier modelo del ciclo
- **El mecanismo de suavizamiento intertemporal del consumo:** por qué el RBC entrega  $\sigma_c/\sigma_y < 1$ , por qué el suyo ( $\approx 0.33$ ) queda muy por debajo tanto de EUA (0.79) como de México (0.96), y por qué el fallo es de magnitud y no de signo — con la ficha de medición que hace comparables esas tres cifras
- **El signo de las horas:** el modelo las sube tras un choque tecnológico y Galí (1999) las baja — con la sensibilidad a  $\nu$  y el trabajo indivisible de Hansen-Rogerson como piezas del veredicto
- **La taxonomía de choques:** neutrales ( $a_t$ ), específicos a la inversión ( $q_t$ ), fiscales ( $\tau_t, g_t$ ), de demanda ( $\zeta_t, \theta_t$ ) e incertidumbre ( $v_t$ ) — y qué observable distingue a cada uno
- **Las cuatro cuñas:** dónde entra cada una en las condiciones de equilibrio, cómo se despeja como residuo y por qué el reparto entre cuñas descarta familias de modelos pero no identifica una fricción

## Apéndice

Material de apoyo: la galería histórica del ciclo y la receta del acertijo de Slutsky, el modelo con choques de demanda, la motivación y el cierre presupuestario del bloque fiscal, las IRFs con cuatro choques y las sensibilidades completas por parámetro.

## Apéndice (lectura): el ciclo en cinco nombres, 1862-1933

---

- Clément Juglar (1862) es la primera persona en observar un patrón de **prosperidad** → **crisis** → **liquidación** y observa una duración promedio de 7 a 11 años, atribuyendo ese patrón al sistema de crédito
- William Stanley Jevons (1875) atribuye el patrón cíclico de actividad económica a las manchas solares (que se intensifican cada 11 años) y su impacto sobre la producción agrícola
- Nikolái Kondrátiev (1925) argumenta que existen ciclos de 60 años, asociados a grandes cambios tecnológicos, idea que también es barajada por Joseph Schumpeter. Kondrátiev fue ejecutado por sus ideas en 1938, ya que contradecían la visión marxista del ciclo
- Eugene Slutsky (1927) y Ragnar Frisch (1933) presentan una visión moderna del ciclo como un conjunto de **choques y mecanismos de transmisión**, donde el ciclo puede descomponerse matemáticamente como la suma de choques aleatorios
- Wesley Mitchell (1913, 1927) y el National Bureau of Economic Research (NBER) establecen una metodología y un comité para determinar cuándo empiezan y terminan las recesiones

## Apéndice: el acertijo de Slutsky, en ocho líneas

---

```
from puremacro import fetch, cycles, data
import numpy as np

y = 100*np.log(fetch.fetch_fred('GDPC1'))
ciclo, _ = cycles.hamilton_filter(y, h=8, p=4) # el dato (ciclo, tendencia)
ruido = np.convolve(np.random.randn(len(y)), np.ones(8)/8, 'valid')
ruido *= np.nanstd(ciclo) / ruido.std() # la ilusion, REESCALADA
# alternativa bilateral: data.hp_filter(y, 1600)
```

El reescalado de la última línea no es cosmético: sin él la media móvil tiene una desviación estándar de  $\sim 0.34$  contra los  $\sim 3.2$  del ciclo de Hamilton (un factor de 9), y el acertijo se resuelve mirando el eje. Y `mode='same'` rellenaría los bordes con ceros, otra pista gratis: por eso `'valid'`.

Pregunta de fondo: ¿qué evidencia distinguiría choques identificables de una ilusión estadística?

Slutsky (1927); Frisch (1933); Cogley y Nason (1995); Hamilton (2018).

## Apéndice: el modelo con choques de demanda

Aumentamos el modelo de choques tecnológicos con dos tipos de choques de demanda: choques al descuento intertemporal del consumo  $\zeta_t$  y a la demanda de ocio  $\theta_t$

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \left( \prod_{s=0}^{t-1} e^{\zeta_s} \right) \left[ \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + e^{\theta_t} \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$

sujeto a:

$$c_t + \frac{k_t - (1-\delta)k_{t-1}}{q_t} = e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

donde

$$a_{t+1} = (1 - \rho_a)a + \rho_a a_t + \epsilon_{at+1}$$

$$q_{t+1} = (1 - \rho_q)q + \rho_q q_t + \epsilon_{qt+1}$$

$$\zeta_{t+1} = (1 - \rho_{\zeta})\zeta + \rho_{\zeta} \zeta_t + \epsilon_{\zeta t+1}$$

$$\theta_{t+1} = (1 - \rho_{\theta})\theta + \rho_{\theta} \theta_t + \epsilon_{\theta t+1}$$

En medias,  $e^{\zeta}$  juega el papel del factor de descuento  $\beta$  y  $e^{\theta}$  el del peso del ocio  $\mu$  de la calibración (reservamos  $\beta$  y  $\mu$  para esos parámetros).

Aquí escribimos  $q_t$  en niveles con media  $q > 0$  como aproximación local; la versión en logaritmos de la lámina de choques no neutrales es la que garantiza  $q_t > 0$  globalmente.

## Apéndice: por qué los choques fiscales cambian el modelo

---

Hemos documentado que los choques a los impuestos y al gasto público son fuentes estructurales de volatilidad y podemos estudiar cómo se transmiten a lo largo del ciclo económico a través del suavizamiento intertemporal del consumo y la sustitución intertemporal del trabajo.

Además, los choques a impuestos y a gastos nos obligan a escribir el modelo de forma descentralizada, ya que no se cumplen los teoremas fundamentales de la economía del bienestar y, sobre todo, nos fuerzan a pensar en cómo caracterizar una tasa marginal en el modelo cuando solo tenemos información sobre las recaudaciones promedio. Nos obligan a pensar en cómo deberíamos introducir el gasto público en las preferencias de los hogares o en la tecnología.

## Apéndice: la restricción presupuestaria del gobierno

---

Siempre que introducimos la actividad del gobierno en modelos **DSGE** tenemos que expresar el equilibrio entre ingreso y gasto.

- Presupuesto balanceado periodo a periodo: requiere introducir  $\Omega_t^*$  para cubrir la diferencia entre ingresos y gastos

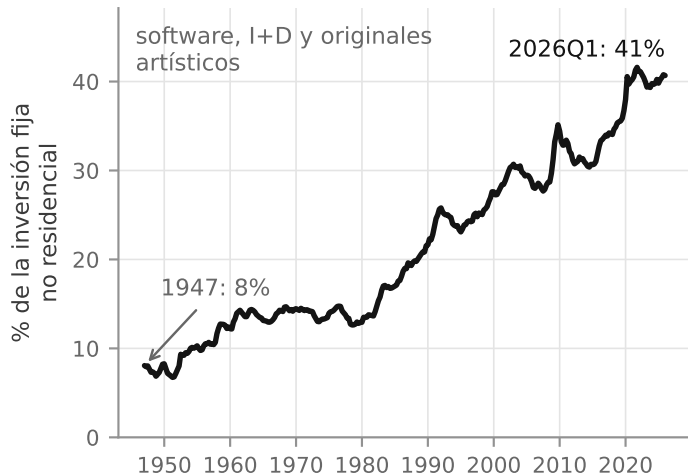
$$\Omega_t^* + g_t y_t = \tau_t y_t$$

- Deuda pública (que puede incluir un  $\Omega_t$  exógeno): el gobierno recibe  $b_t$  al emitir deuda nueva y paga el servicio  $(1 + r_{t-1})b_{t-1}$  de la deuda vieja

$$\Omega_t + g_t y_t + (1 + r_{t-1})b_{t-1} = \tau_t y_t + b_t$$

Este último enfoque es particularmente útil si queremos estudiar el efecto sobre la acumulación de deuda de choques tecnológicos y fiscales; solo hay que tener en cuenta que surge una relación de arbitraje entre la rentabilidad esperada de la deuda pública y del capital. Comprueben que, sumando la restricción del hogar (con ingreso factorial  $w_t l_t + p_{kt} k_{t-1} = y_t$  y con la transferencia del cierre elegido en el lugar de  $\Omega_t^*$ ) y la del gobierno, se recupera la restricción de recursos de la economía.

## Apéndice: la inversión que se vuelve intangible

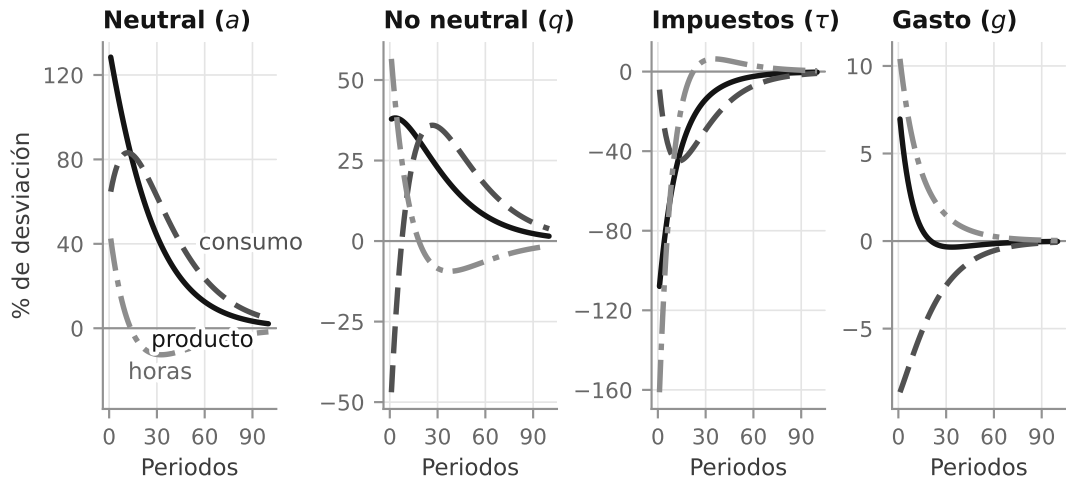


El mayor componente del capital que compra hoy una empresa estadounidense —el 41 % de la inversión fija no residencial en 2026Q1, contra el 8 % de 1947— es software, investigación y desarrollo y originales artísticos: apenas por delante del equipo (40 %) y muy por encima de las estructuras (20 %). No es la mayor parte del total —estructuras y equipo suman el 59 % restante—, pero sí la componente más grande de las tres.

Pregunta para el modelo ya escrito: si buena parte de la inversión es intangible y se deprecia rápido, ¿qué le pasa a  $\delta$  y al acervo  $k_t$  que se mide por inventario permanente, y en qué dirección se sesga la cuña de eficiencia?

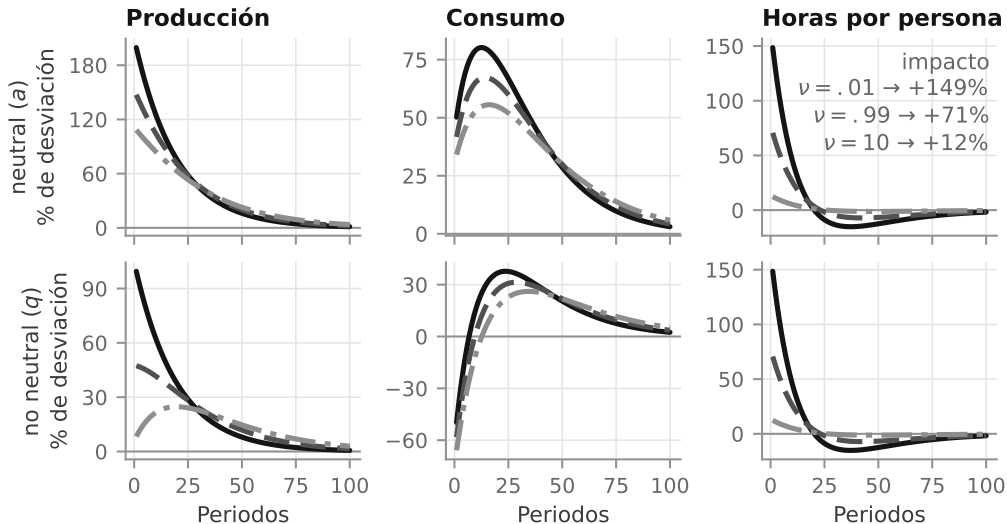
## Apéndice: las IRFs con cuatro choques

Esta versión del modelo, resuelta en Dynare con impuestos del 30 % y gasto público del 20 % del PIB:

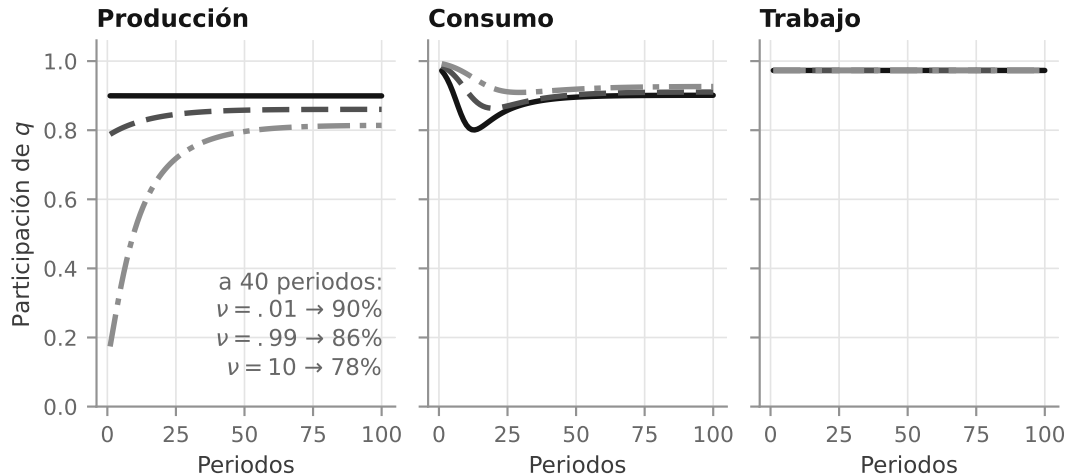


## Apéndice: sensibilidad a $\nu$ — funciones de impulso respuesta

El efecto de cambios en  $\nu$  (la curvatura del ocio) sobre las IRFs y sobre la descomposición de la varianza:



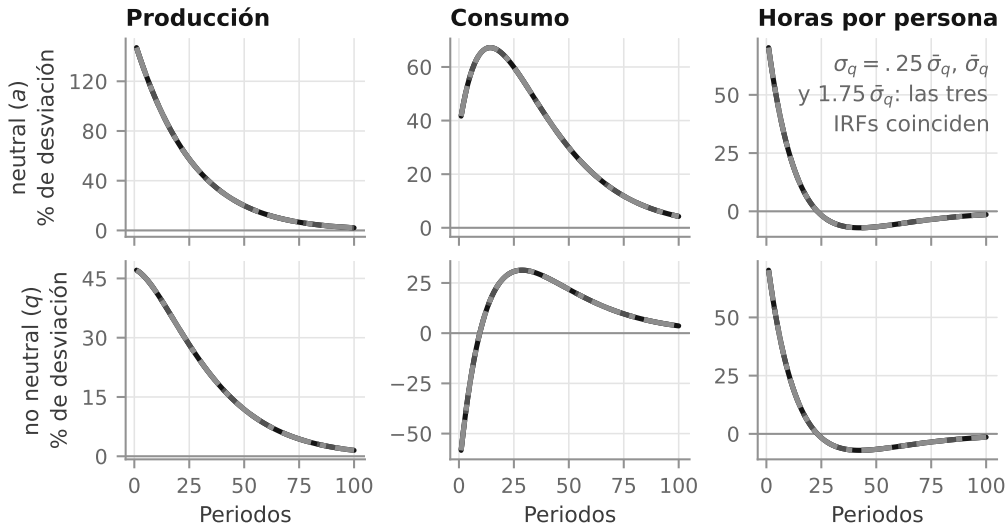
## Apéndice: sensibilidad a $\nu$ — descomposición de la varianza



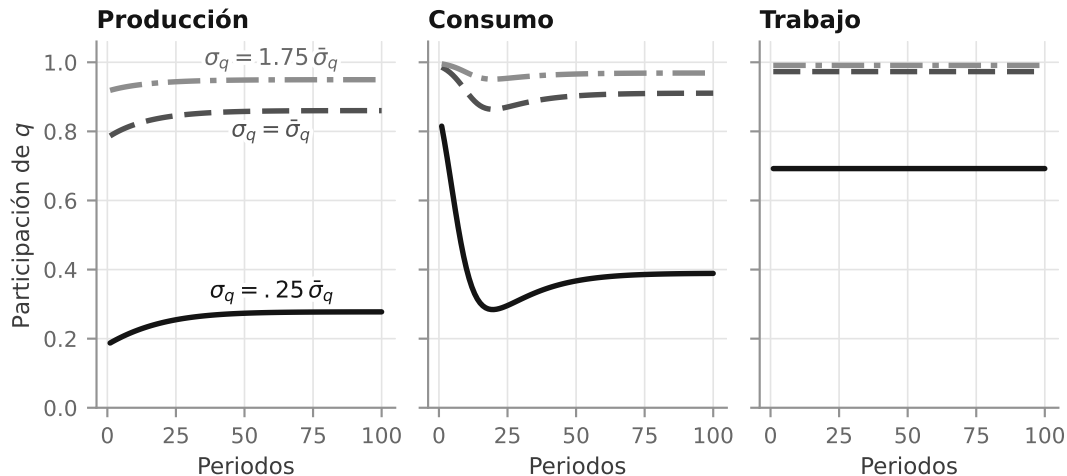
El efecto de un cambio en  $\nu$  es importante en las funciones de impulso respuesta, pero modesto en la descomposición de la varianza.

## Apéndice: sensibilidad a $\sigma_q$ — funciones de impulso respuesta

Al revés que con  $\nu$ : a primer orden —Klein— las IRFs no se mueven; las tres coinciden.



## Apéndice: sensibilidad a $\sigma_q$ — descomposición de la varianza



La magnitud relativa de  $\sigma_q$  es, naturalmente, crucial para determinar cuánto explica del logaritmo de la producción, el consumo y el trabajo.