

Mercados incompletos, heterogeneidad y HANK

Macroeconomía avanzada

ITAM, Otoño 2026

Semana 11

Introducción

El equilibrio competitivo recursivo se define sobre variables de estado individuales y agregadas. En el modelo neoclásico y en la teoría de ciclos reales el estado agregado es siempre un número — el acervo de capital, la productividad —, de modo que la maquinaria recursiva se paga sin cobrar su rendimiento. Ese rendimiento aparece cuando el estado agregado es una **distribución**, y los datos de riqueza y de propensión a consumir obligan a que lo sea.

- Empezamos con el hecho que rompe al hogar representativo: las propensiones marginales a consumir son grandes, heterogéneas y decrecientes en la riqueza líquida
- Quitamos los mercados contingentes de Arrow–Debreu y vemos qué queda: un activo libre de riesgo, un límite de endeudamiento y un motivo precautorio de ahorro
- Escribimos y **resolvemos** el problema de Huggett–Aiyagari: la distribución $\mu(a, z)$ como estado agregado, su ley de movimiento y el punto fijo en la tasa de interés que vacía el mercado de activos
- Cerramos con la transmisión de la política monetaria y fiscal cuando la propensión a consumir deja de ser la del hogar representativo

Las propensiones a consumir observadas superan por dos órdenes de magnitud a la de la Euler

En microdatos, la fracción de un ingreso transitorio que se consume en el mismo trimestre está entre **0.2 y 0.6**: reembolsos fiscales de 2001 y 2008 en Estados Unidos, transferencias de emergencia de 2020. Medida al *año*, la de los premios de lotería en Noruega ronda **0.5**.

El hogar del ingreso permanente responde otra cosa. Una transferencia inesperada de T unidades eleva su riqueza en T y, cuando $\beta(1+r) = 1$, la Euler lo hace repartir el aumento *plano*; esa anualidad constante exige

$$\sum_{t \geq 0} (1+r)^{-t} \Delta c = T \iff \Delta c \frac{1+r}{r} = T \iff \boxed{\text{PMC} = \frac{\Delta c}{T} = \frac{r}{1+r}}$$

Con $r = 0.5\%$ trimestral eso da $\text{PMC} \approx 0.005$. Los datos dicen 0.2-0.6, es decir, entre cuarenta y ciento veinte veces más. No es un desacuerdo de calibración.

Python (puremacro) — la distribución de riqueza que el modelo tendrá que igualar

```
from puremacro import fetch
ids = {'top1': 'WFRBST01134', 'p90_99': 'WFRBSN09161',
      'p50_90': 'WFRBSN40188', 'b50': 'WFRBSB50215'} # DFA (Fed)
datos = {k: float(fetch.fetch_fred(v).iloc[-1]) for k, v in ids.items()}
# ya vienen en % de la riqueza neta y suman 100 por construccion
# 2026Q1: top 1% 31.6%, p90-99 36.3%, p50-90 29.6%, mitad inferior 2.5%
```

Pregunta activa: ¿qué tendría que ser cierto de las preferencias, y solo de las preferencias, para que un hogar con línea de crédito abierta gaste 40 centavos de cada peso de un reembolso *anunciado con meses de anticipación*?

(Johnson, Parker y Souleles 2006; Parker, Souleles, Johnson y McClelland 2013; Fagereng, Holm y Natvik 2021)

Hay hogares ricos que viven al día, y la riqueza neta no los detecta

Kaplan, Violante y Weidner clasifican como *hogares que viven al día* (*hand-to-mouth*) a los que agotan sus recursos líquidos dentro del periodo de pago. En Estados Unidos son alrededor de un tercio de los hogares, y **dos terceras partes de ellos tienen riqueza neta positiva y a veces cuantiosa**: casa propia, plan de retiro, un negocio.

Por qué el ordenamiento correcto es la riqueza líquida y no la neta

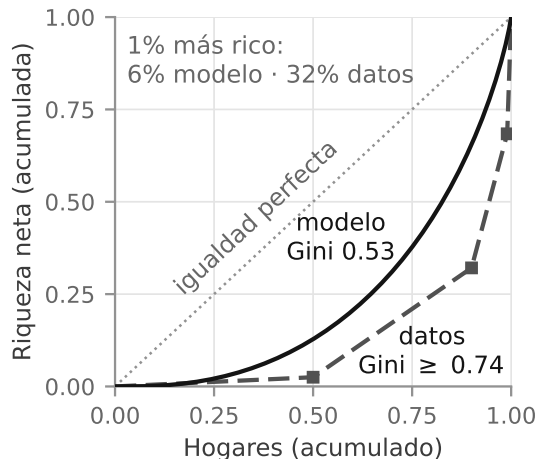
Un hogar con una casa de tres millones y ocho mil pesos en la cuenta no puede suavizar un choque de ingreso sin vender la casa o romper el plan de retiro, y ambas cosas cuestan. Su restricción efectiva es la de liquidez, no la de solvencia. Por eso su propensión a consumir se parece a la de un hogar pobre y su riqueza neta se parece a la de uno rico: **ordenar por riqueza neta esconde exactamente a los hogares que mueven la demanda agregada.**

Mini-ejercicio (dos minutos, en parejas): clasifiquen tres hogares y digan, para cada uno, cuál sería su propensión a consumir un apoyo de un mes de ingreso.

1. Riqueza neta —40 mil pesos (deuda de tarjeta), sin activos líquidos
2. Riqueza neta 2 millones, toda en vivienda y afore; 5 mil en la cuenta
3. Riqueza neta 2 millones, con 600 mil en instrumentos líquidos

(Kaplan, Violante y Weidner 2014; Kaplan y Violante 2014)

La riqueza observada está mucho más concentrada de lo que un solo activo puede generar



- La mitad inferior de los hogares estadounidenses posee el **2.5 %** de la riqueza neta; el 1 % más rico, el **31.6 %**
- El modelo de un solo activo que se resuelve en el laboratorio ($\gamma = 2$, siete estados) llega a 12.8 % para la mitad inferior y 5.6 % para el 1 % más rico: reproduce la *forma* de la curva, pero le falta entera la cola alta — el 1 % más rico concentra menos de una quinta parte de lo que concentra en los datos, y la mitad inferior queda cinco veces más rica de lo que es
- El agente representativo no tiene siquiera un objeto que comparar: su distribución es una masa puntual. Cuanto más lejos de la diagonal pasa la curva, más concentrada está la riqueza que describe

El diagnóstico de la brecha es corto y comprobable: riesgo de ingreso demasiado breve en la cola, un solo activo, y ni herencias ni rendimientos heterogéneos. El companion T06_A, que resuelve la misma economía con utilidad logarítmica y cinco estados, deja al 1 % más rico en 6.8 % y el Gini en 0.63.

Con mercados completos la dotación individual no entra en el consumo individual

La condición de reparto eficiente del riesgo con mercados Arrow-Debreu ya está derivada: de las condiciones de primer orden del planificador, $\mu_i \pi(s^t) u'_i[c_i(s^t)] = \lambda(s^t)$ para todo hogar e historia, de donde

$$\frac{u'_i[c_i(s^t)]}{u'_j[c_j(s^t)]} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \quad \text{para toda historia } s^t.$$

El cociente de utilidades marginales es **constante**: no depende del estado, ni de la historia, ni de quién recibió el golpe. Con preferencias CRRA idénticas, $u'(c) = c^{-\gamma}$, esto se vuelve una afirmación literal sobre niveles:

$$\left(\frac{c_i(s^t)}{c_j(s^t)} \right)^{-\gamma} = \frac{\mu_j}{\mu_i} \implies \frac{c_i(s^t)}{c_j(s^t)} = \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{1/\gamma} \implies c_i(s^t) = \omega_i C(s^t), \quad \sum_i \omega_i = 1.$$

- Cada hogar consume una **participación fija** del consumo agregado. Su dotación individual $y_i(s^t)$ desapareció de la asignación
- La predicción es falsable y se rechaza: en microdatos, el consumo del hogar responde a su ingreso idiosincrático incluso controlando por el agregado (la prueba econométrica, en el apéndice)
- En datos internacionales, la correlación del consumo entre países es *menor* que la del producto — lo contrario de lo que exige el aseguramiento pleno

(Cochrane 1991; Mace 1991; Attanasio y Davis 1996; Backus, Kehoe y Kydland 1992)

Quitar los mercados contingentes deja un bono y un límite de endeudamiento

El presupuesto secuencial completo asigna un precio $q(s' | s)$ y una posición $a'(s' | s)$ a *cada* contingencia. Mercados incompletos significa borrar esa dependencia: queda un único activo con rendimiento r conocido y una sola posición a' .

$$\underbrace{c(s^t) + \sum_{s_{t+1}} q(s_{t+1} | s^t) a'(s_{t+1} | s^t) = y(s^t) + a(s^t)}_{\text{mercados completos}} \longrightarrow \underbrace{c_t + a_{t+1} = (1+r)a_t + wz_t}_{\text{un solo activo}}$$

con el límite $a_{t+1} \geq -\bar{a}$. Con multiplicadores $\beta^t \lambda_t$ sobre el presupuesto y $\beta^t \nu_t \geq 0$ sobre el límite:

$$(\text{c.p.o. de } c_t) : u'(c_t) = \lambda_t, \quad (\text{c.p.o. de } a_{t+1}) : -\lambda_t + \nu_t + \beta(1+r) \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} = 0,$$

y sustituyendo, con la holgura complementaria $\nu_t (a_{t+1} + \bar{a}) = 0$:

$$u'(c_t) = \beta(1+r) \mathbb{E}_t [u'(c_{t+1})] + \nu_t \geq \beta(1+r) \mathbb{E}_t [u'(c_{t+1})]$$

- La Euler pasa de igualdad a **desigualdad**: se cumple con igualdad solo si el hogar no está contra el límite
- El riesgo de z_t ya no se puede vender. Lo único que queda para amortiguarlo es **acumular el activo**
- Advertencia de notación: aquí $\mu(a, z)$ será la *distribución* de hogares; los pesos de Pareto del planificador, que llevan el mismo símbolo, siempre van con subíndice de hogar, μ_i

La prudencia convierte un riesgo que no se puede vender en un motivo de ahorro

Aproximando u' alrededor de $\mathbb{E}_t c_{t+1}$ hasta segundo orden,

$$\mathbb{E}_t u'(c_{t+1}) \approx u'(\mathbb{E}_t c_{t+1}) + \frac{1}{2} u'''(\mathbb{E}_t c_{t+1}) \text{Var}_t(c_{t+1}),$$

de modo que la Euler sin restricción activa queda

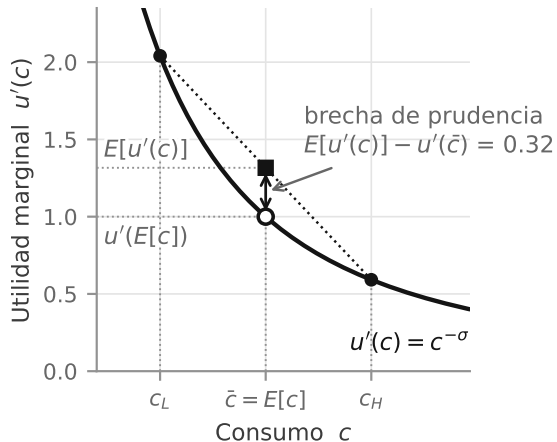
$$u'(c_t) \approx \beta(1+r) \left[u'(\mathbb{E}_t c_{t+1}) + \frac{1}{2} u''' \text{Var}_t(c_{t+1}) \right].$$

- Con $u''' > 0$ el lado derecho crece con la varianza: para que la igualdad se sostenga, $u'(c_t)$ debe subir, es decir, c_t debe **bajar**
- La aversión al riesgo ($u'' < 0$) no basta: con utilidad cuadrática $u''' = 0$ y el término desaparece
- Más riesgo $\Rightarrow$ más ahorro $\Rightarrow$ más demanda de activos. Ese es el canal que va a mover la tasa de interés de equilibrio

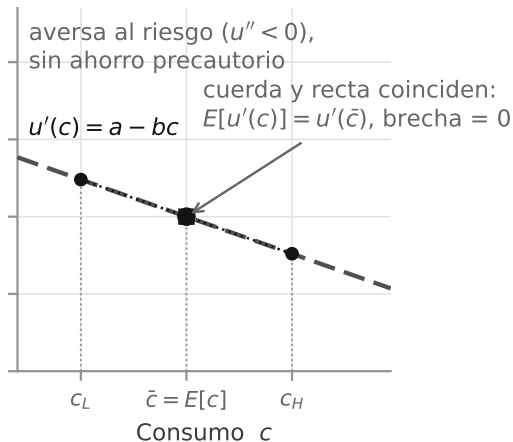
(Leland 1968; Sandmo 1970; Kimball 1990; Carroll y Kimball 1996)

La brecha entre $\mathbb{E}[u'(c)]$ y $u'(\mathbb{E}c)$ existe solo si $u''' > 0$

A. CRRA ($\sigma = 2$): $u''' > 0$



B. Cuadrática: $u''' = 0$



Con CRRA la utilidad marginal es convexa: la cuerda entre c_L y c_H queda por encima de la curva y $\mathbb{E}[u'(c)]$ supera a $u'(\mathbb{E}c)$ — esa brecha es el motivo precautorio. Con utilidad cuadrática u' es una recta, cuerda y curva coinciden y la brecha es cero pese a la aversión al riesgo.

El problema del hogar cabe en una Bellman con dos estados individuales

Sea z la productividad laboral individual en unidades de eficiencia, con $\log z$ un AR(1),

$$\log z' = \rho_z \log z + \varepsilon', \quad \varepsilon' \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2),$$

discretizado con Tauchen sobre la malla $\mathcal{Z} = \{z_1, \dots, z_{n_z}\}$ con matriz de transición $\Pi(z, z')$. El hogar toma (r, w) como dados y resuelve

$$v(a, z) = \max_{c, a'} \left\{ u(c) + \beta \sum_{z' \in \mathcal{Z}} \Pi(z, z') v(a', z') \right\} \quad \text{s.a.} \quad c + a' = (1 + r)a + wz, \quad a' \geq -\bar{a}.$$

Condición de primer orden y envolvente:

$$u'(c) = \beta \sum_{z'} \Pi(z, z') v_a(a', z') + \nu, \quad v_a(a, z) = (1 + r) u'(c),$$

y sustituyendo la segunda en la primera, adelantada un periodo, se recupera exactamente la Euler con desigualdad:

$$u'(c) = \beta(1 + r) \sum_{z'} \Pi(z, z') u'[c(a', z')] + \nu, \quad \nu \geq 0, \quad \nu(a' + \bar{a}) = 0.$$

- Dos estados individuales, (a, z) : uno endógeno y uno exógeno. La solución es una **función de política** $a' = g_a(a, z)$
- Se resuelve por **iteración de la función de valor**: el mismo operador de contracción de siempre, ahora sobre una malla bidimensional
- Salvedad numérica con consecuencias: con elección discreta esa iteración devuelve una g_a **escalonada**. Basta para los precios y los agregados; no basta para nada que sea una *derivada* de la política — la propensión a consumir — ni para contar quién está en la *esquina*. Para eso se usa el mismo problema resuelto por grillas endógenas, que da una política continua

Aquí el equilibrio recursivo cobra sentido: el estado agregado es una distribución

Los hogares son idénticos salvo por su historia de choques, así que en cualquier momento están repartidos sobre $\mathcal{A} \times \mathcal{Z}$ según una medida de probabilidad $\mu(a, z)$. Esa medida **es** el estado agregado: no hay forma de resumirla en un número sin perder información sobre quién está contra el límite.

La función de política y la cadena de Markov inducen conjuntamente su ley de movimiento. Con malla discreta,

$$\mu'(a', z') = \sum_{z \in \mathcal{Z}} \Pi(z, z') \sum_{\{a : g_a(a, z) = a'\}} \mu(a, z) \iff \mu' = T^*(\mu; g_a, \Pi).$$

Los tres ingredientes del operador T^*

1. **Dónde estaban:** la masa $\mu(a, z)$ de hoy
2. **A dónde los manda su decisión:** la preimagen $\{a : g_a(a, z) = a'\}$, que es exactamente el objeto que el equilibrio recursivo necesitaba y que hasta ahora no se había usado
3. **Cómo cambia su suerte:** la transición exógena $\Pi(z, z')$

Una distribución estacionaria es un **punto fijo** de T^* : $\mu = T^*(\mu)$. Existe y es única bajo condiciones estándar sobre Π (irreducible y aperiódica) y sobre g_a (monótona y continua, con un límite superior de riqueza alcanzable).

Equilibrio competitivo recursivo estacionario: definición

Definición

Un equilibrio recursivo estacionario del modelo de Aiyagari es un conjunto

$$\{ v(\cdot, \cdot), g_a(\cdot, \cdot), g_c(\cdot, \cdot), r, w, K, L, \mu \}$$

tal que:

1. **Optimización del hogar:** dados (r, w) , la función v resuelve la ecuación de Bellman y g_a, g_c son sus políticas asociadas
2. **Optimización de la empresa:** (r, w) son los productos marginales de una tecnología $Y = K^\alpha L^{1-\alpha}$,

$$r = \alpha \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha-1} - \delta, \quad w = (1 - \alpha) \left(\frac{K}{L} \right)^\alpha$$

3. **Consistencia de la distribución:** $\mu = T^*(\mu; g_a, \Pi)$
4. **Vaciado de mercados:** $K = \sum_{a,z} a \mu(a, z)$, $L = \sum_z z \pi_z(z)$ y el mercado de bienes se vacía por la ley de Walras

En la versión de **Huggett** no hay empresas ni capital: el activo es un bono de oferta neta nula, la condición 2 desaparece y la condición 4 se sustituye por $\sum_{a,z} a \mu(a, z) = 0$. En ambos casos π_z es la distribución estacionaria de la cadena Π , el autovector izquierdo del autovalor unitario.

El precio que vacía el mercado de activos es un punto fijo en r

Toda la dependencia del modelo respecto del precio pasa por la política de ahorro. Define la **oferta de activos** de los hogares como

$$A(r) \equiv \sum_{a,z} a \mu_r(a, z),$$

donde μ_r es la distribución estacionaria que resulta de resolver el problema del hogar a la tasa r (y al salario que le corresponde). Del lado de las empresas, la condición $r = \alpha(K/L)^{\alpha-1} - \delta$ se invierte:

$$\frac{K}{L} = \left(\frac{\alpha}{r + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \implies K^d(r) = L \left(\frac{\alpha}{r + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad w(r) = (1 - \alpha) \left(\frac{\alpha}{r + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.$$

Huggett (intercambio puro)	$A(r) = 0$
Aiyagari (con producción)	$A(r) = K^d(r)$

Algoritmo de bisección. $A(r)$ crece con r y diverge cuando $r \rightarrow 1/\beta - 1$; $K^d(r)$ decrece. El exceso $\Phi(r) \equiv A(r) - K^d(r)$ cambia de signo una vez:

1. Escoger $[r_{lo}, r_{hi}]$ con $\Phi(r_{lo}) < 0 < \Phi(r_{hi})$, con $r_{hi} < 1/\beta - 1$
2. En el punto medio r_m : calcular $w(r_m)$, resolver el problema del hogar, obtener g_a , iterar T^* hasta el punto fijo μ_{r_m} y evaluar $\Phi(r_m)$
3. Sustituir el extremo cuyo signo coincide con el de $\Phi(r_m)$ y repetir hasta $|\Phi(r_m)| < \text{tolerancia}$

Laboratorio: resolver el Aiyagari de principio a fin

Tauchen para discretizar, grillas endógenas para el hogar, punto fijo de T^* para la distribución y bisección para r . Los cuatro pasos, ejecutados:

Python (puremacro) — Aiyagari estacionario completo

```
import numpy as np, puremacro.vfi as vfi
z, P = vfi.tauchen(7, 0.90, 0.20, 3.0)      # 7 estados de productividad
L = vfi.markov_stationary(P) @ np.exp(z)
a = 100.0 * np.linspace(0, 1, 1000)**3     # malla apretada junto a a=0

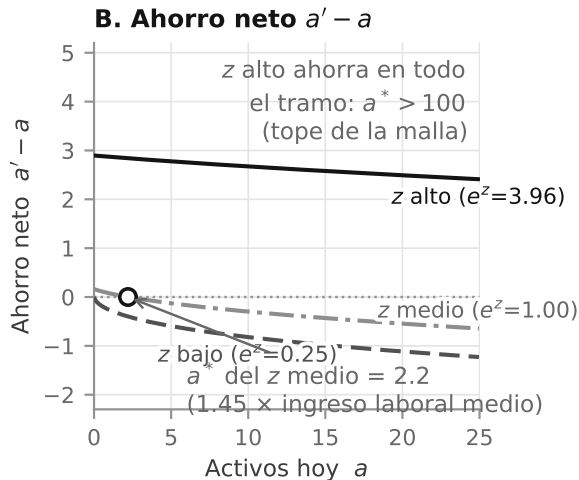
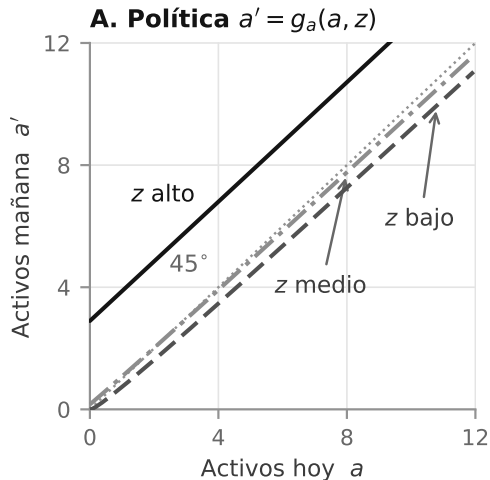
def exceso(r):                               # Phi(r) = A(r) - K^d(r)
    w = 0.64 * (0.36/(r + 0.08))**(0.36/0.64)
    sol = vfi.solve_egm(a, z, w*np.exp(z), P, beta=0.96, r=r, gamma=2.0)
    mu = vfi.lottery_distribution(sol.aprime, a, P) # punto fijo de T*
    return (mu * a[:, None]).sum() - L*(0.36/(r + 0.08))**(1/0.64)

# biseccion en exceso: r = 2.034%, w = 1.3130, K/Y = 3.588, Gini = 0.534
# vfi.aiyagari_steady_state(n_a=1000, gamma=2.0, n_z=7, a_max=100.0), que
# es iteracion de valor, da r = 2.032%, K/Y = 3.588, Gini = 0.534 (~28 s)
```

- Ambos métodos dan los mismos precios, K/Y y Gini. Difieren donde hace falta una política *continua*: sobre la escalera de la iteración de valor la propensión a consumir solo toma dos valores y la masa en la esquina cae de 6.1 % a 4.6 % entre 400 y 1000 nodos. Propensiones y masa restringida se leen, por eso, de la solución por grillas endógenas
- Las tres figuras salen de esa única solución (figuras_curso.py::aiyagari_a6)

Huggett: el mismo hogar con $w = 1$, oferta neta nula y $\bar{a} = 2$ da $r = -1.03$ %. (Aiyagari 1994; Huggett 1993; Carroll 2006; Young 2010) | Companion notebook: T06_A_wealth_inequality (VFI con EGM y equilibrio de Aiyagari). Ojo con la calibración: el cuaderno resuelve el mismo modelo con utilidad logarítmica y cinco estados, y por eso imprime $r^* = 3.06$ % y un Gini de 0.632 (0.636 con EGM) en vez de las cifras de arriba.

Cada estado de productividad arrastra al hogar hacia su propia riqueza objetivo



Izquierda: la política $a' = g_a(a, z)$ contra la recta de 45°. Derecha: el ahorro neto $g_a(a, z) - a$, que cruza el cero en la riqueza objetivo de cada estado — 2.2 para el z medio, 1.45 veces el ingreso laboral medio; con z alto no cruza dentro de la malla.

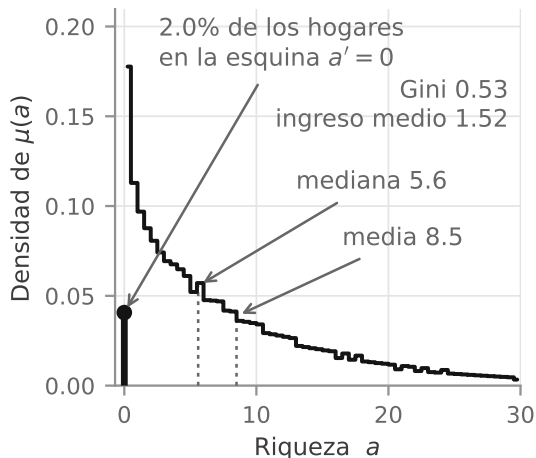
Dos regímenes: acumular cuando z es alto, deshacer el acervo cuando es bajo

- En el equilibrio $\beta(1 + r^*) = 0.96 \times 1.0203 = 0.9795 < 1$: el hogar es impaciente frente al mercado, y por eso solo los estados de productividad altos acumulan
- Con z bajo la política queda por debajo de la recta de 45° y el hogar se desliza hasta chocar con $a' \geq 0$; ahí la Euler se cumple con desigualdad estricta
- La riqueza objetivo de cada estado es el punto donde el ahorro neto $g_a(a, z) - a$ cruza el cero: el hogar es arrastrado hacia ella mientras z no cambie, y z cambia todo el tiempo

Lo que hay que llevarse de la política de ahorro

El vaivén entre esos dos regímenes — acumular cuando z es alto, gastar el acervo cuando es bajo — **es** el mecanismo que genera la distribución estacionaria: ningún hogar se queda en su objetivo, y la distribución es el reparto de posiciones que resulta de ese ir y venir.

La distribución estacionaria apila masa contra la restricción y se alarga a la derecha



La barra sobre $a = 0$ es masa puntual, no densidad; la densidad va en celdas de 0.5 (lotería: apéndice).

- El **2.0%** de los hogares elige la esquina $a' = 0$: masa puntual, no densidad. La cifra no se mueve al refinar la malla (2.0-2.1 % entre 200 y 1600 nodos)
- La media de riqueza (8.5) supera a la mediana (5.6) en 52 %: asimetría a la derecha sin ningún supuesto de cola gruesa
- El Gini de riqueza que sale del modelo es **0.534**, frente a por lo menos 0.74 en los datos. Ambas cifras dependen de la calibración: el compañero T06_A, con utilidad logarítmica y cinco estados, llega a 0.632 y deja 30.4 % de los hogares en la esquina
- Nada de esto se eligió: es el punto fijo de T^* evaluado en la política de ahorro

Pregunta activa: el modelo deja al 2.0 % en la esquina y al 5.0 % con menos de medio mes de ingreso en activos; en los datos, alrededor del 30 % de los hogares vive al día. ¿Qué ingrediente ausente explica mejor la brecha de un orden de magnitud: el riesgo de ingreso, el número de activos o el horizonte de vida?

Lo que salió del laboratorio: una tasa por debajo de la impaciencia y demasiado capital

	Mercados incompletos	Mercados completos
Tasa de interés r^*	2.03 %	$1/\beta - 1 = 4.17 \%$
Salario w^*	1.313	1.178
Capital sobre producto K/Y	3.588	2.959
Gini de riqueza	0.534	0 (hogar representativo)
Masa que elige la esquina $a' = 0$	2.0 %	0
Huggett (oferta neta nula, $\bar{a} = 2$)	-1.03 %	4.17 %

Comprobación analítica: $K/Y = \alpha/(r + \delta)$. Con $r^* = 0.02034$ y $\delta = 0.08$ da $0.36/0.10034 = 3.588$ (frente a 2.959 con mercados completos). El modelo no tiene grados de libertad libres. El -1.03 % de Huggett es la cifra por grillas endógenas: la iteración de valor con 200 nodos y $\gamma = 2$ da -0.98 %.

Python (puremacro) — equilibrio general con puremacro.vfi

```
from puremacro.vfi import aiyagari_steady_state, huggett_steady_state
# Aiyagari y Huggett: equilibrio general estacionario
ai = aiyagari_steady_state(n_z=7, n_a=200, gamma=2.0, beta=0.96)
print(f"Aiyagari: r* = {ai['r']*100:.2f}%, K/Y = {ai['K']/ai['Y']:.3f}, Gini = {ai['wealth_gini']:.3f}")
# imprime 2.02% / 3.592 / 0.547: con 200 nodos el Gini aun no llega al 0.534
# del cuadro, que sale de la malla de 1000 nodos de la lamina anterior
hg = huggett_steady_state(n_z=7, n_a=200, a_min=-2.0, gamma=2.0, beta=0.96)
print(f"Huggett: r* = {hg['r']*100:.2f}% (oferta neta nula, a_min = -2.0)")
# gamma=2.0 no se puede omitir: por omision vale 1.5 y r* sale en +0.45%
```

Companion notebook: T06_A_wealth_inequality (VFI con EGM, curva de Lorenz, Gini de riqueza y equilibrio estacionario de Aiyagari y Huggett).

El ahorro precautorio empuja la tasa de interés por debajo de la impaciencia

El argumento, no la calibración. Supóngase $\beta(1+r) = 1$ y que la restricción nunca se activa. La Euler se vuelve

$$u'(c_t) = \mathbb{E}_t [u'(c_{t+1})] :$$

$u'(c_t)$ es una **martingala no negativa**, así que converge casi seguramente. Pero si el riesgo de z no se extingue, la única forma de que $u'(c_t)$ deje de moverse es que $c_t \rightarrow \infty$, y para eso el hogar debe acumular activos sin cota. Por lo tanto

$$\lim_{r \rightarrow 1/\beta - 1} A(r) = +\infty \quad \implies \quad r^* < \frac{1}{\beta} - 1.$$

- Medido en el modelo resuelto: $r^* = 2.03\%$ contra $1/\beta - 1 = 4.17\%$. La brecha es de **2.14 puntos porcentuales**, y es enteramente precautoria
- Su contraparte es capital de más: K/Y pasa de 2.96 (sin riesgo) a 3.59, un **21 % de sobreacumulación**, con el salario correspondientemente más alto
- Consecuencia para la lectura de los datos: una tasa de interés real baja no prueba impaciencia baja. Puede ser puro seguro fallido

En el companion T06_A, cuyo hogar tiene utilidad logarítmica, la misma cuña precautoria mide 1.11 pp ($r^* = 3.06\%$ contra 4.17%): la precaución escala con γ . (Chamberlain y Wilson 2000; Aiyagari 1994; Ljungqvist y Sargent, cap. 18)

Endurecer el límite de endeudamiento hace lo mismo que subir el riesgo

La estática comparativa en $\bar{a}$ usa la misma mecánica precautoria: al endurecer el límite — barrer $\bar{a} \in \{3, 1, 0\}$, es decir, pasar de $a' \geq -3$ a $a' \geq 0$ — se encoge el colchón de crédito, los hogares quieren más activos a *cada* tasa y la curva de ahorro agregado $A(r)$ se desplaza **a la derecha**.

- Medido en el modelo resuelto: de $\bar{a} = 3$ a $\bar{a} = 0$, r^* baja de **2.39 %** a **2.03 %** y K/Y sube de **3.466** a **3.591** (barrido con la iteración de valor de 400 nodos; la solución por grillas endógenas del cuadro anterior da 3.588 en $\bar{a} = 0$)
- Recordatorio de A3, el límite **natural** de endeudamiento: $wz_{\min}/r$, la deuda máxima pagable con $c = 0$ en el peor estado para siempre; cualquier $\bar{a}$ menor que él aprieta más que la mera solvencia, y solo entonces la restricción muere
- Ese movimiento de r^* (y de w) es una **externalidad pecuniaria** —el gancho del precio de la RAM de A1, ahora formal—: cada hogar toma precios como dados, pero su ahorro los mueve para todos. Con mercados completos sería inocuo; aquí no: el equilibrio ni siquiera es *restringidamente* eficiente (Dávila et al. 2012)

(Aiyagari 1994; Dávila, Hong, Krusell y Ríos-Rull 2012; Ljungqvist y Sargent, cap. 18)

La propensión a consumir no es un número: es una función decreciente en la riqueza

Un solo caso es *exacto*: ante una transferencia **marginal**, el hogar en la esquina la consume entera, $PMC = 1$ — no porque ahorrarla sea infactible, sino porque su ahorro deseado sigue por debajo de $-\bar{a}$: se queda en la esquina. En el interior la PMC no es un número fijo. Con previsión perfecta y sin restricción activa, la Euler da $c_{t+1} = [\beta(1+r)]^{1/\gamma} c_t$ y el presupuesto en valor presente $\sum_t (1+r)^{-t} c_t = W_0$ entregan $c_0 = \kappa W_0$ con

$$\kappa = 1 - \frac{[\beta(1+r)]^{1/\gamma}}{1+r} = 0.0300 \quad (\text{solo si } \beta(1+r) = 1 \text{ esto colapsa a } \frac{r}{1+r} = 0.0199).$$

Con riesgo no asegurable, $c(a, z)$ es **estrictamente cóncava**: $PMC(a, z)$ decrece en a y baja hacia κ *por arriba*, sin alcanzarlo nunca. Medido en el modelo con z bajo: 0.72 en la esquina, 0.071 en la riqueza mediana, 0.034 en $a = 60$ — siempre por encima de κ . El agregado pondera esa función con la distribución:

$$\overline{PMC} = \sum_{a,z} PMC(a, z) \mu(a, z) = \mathbf{0.083} \quad \text{ante una transferencia de 0.10 (6.6 \% del ingreso laboral medio).}$$

Advertencia de notación: κ es aquí la propensión a consumir de la renta permanente, un número entre 0 y 1. En los modelos de emparejamiento κ es el costo de publicar una vacante, medido en unidades de producto; no hay relación entre ambos. (Carroll y Kimball 1996)

Qué se lee en esa cifra: casi tres veces κ y aun así corta frente a los datos

- Casi tres veces el piso individual κ y cuatro veces la cifra de ingreso permanente. La heterogeneidad no promedia: decide la ponderación de la cola izquierda
- Como c es cóncava, la cifra depende del *tamaño* de la transferencia — 0.094 en el margen, 0.083 con 0.10 unidades, 0.069 con 1.0 —, y eso es economía, no ruido numérico: hay que decir siempre de qué transferencia se habla. Por lo mismo los restringidos promedian 0.61 y no 1: la transferencia de 0.10 los saca de la esquina
- **Y sin embargo no alcanza.** Los datos piden propensiones anuales de 0.5 o más (0.2–0.6 en el trimestre) y hogares que viven al día cerca del 30 %; el modelo, anual, entrega 0.083 y 5.0 %
- El culpable es la estructura de activos: con un solo activo, ahorrar para el retiro y tener liquidez son la misma decisión. Separarlos — líquido de bajo rendimiento e ilíquido de alto — genera hogares con patrimonio alto y liquidez nula, que es como Kaplan y Violante (2014) reproducen la masa observada de hogares al día (en el apéndice)

Las propensiones de arriba son las de la solución por grillas endógenas de este mazo; el companion T06_A, con mezcla de β y utilidad logarítmica, obtiene una escalera por quintiles de riqueza de 0.91 a 0.04: la forma decreciente coincide, el nivel no. (Johnson, Parker y Souleles 2006; Kaplan y Violante 2014; Carroll, Slacálek, Tokunaka y White 2017)

La equivalencia ricardiana se rompe en cuanto alguien está contra el límite

Considérese una transferencia de T a cada hogar hoy, financiada con un impuesto de suma fija de $(1 + r)T$ mañana: en valor presente el paquete vale **cero** para todos.

- **Hogar interior.** Su restricción intertemporal no cambió; la Euler tampoco. Ahorra íntegra la transferencia y paga con ella el impuesto: $\Delta c_0 = 0$
- **Hogar contra el límite** ($a_1 = -\bar{a}$, $\nu > 0$). Ahorrarla *para* el impuesto es factible ($a_1 = -\bar{a} + T$ respeta el límite), pero no le conviene: quería endeudarse más y no pudo, y el paquete es justo el préstamo que le negaban. La consume: $\Delta c_0 = T$

Agregando sobre la distribución, con $\Lambda \equiv \sum_z \mu(-\bar{a}, z)$ la masa restringida,

$$\Delta C_0 \geq \Lambda T > 0 \quad \text{frente a} \quad \Delta C_0 = 0 \quad \text{con agente representativo.}$$

- En el modelo resuelto $\Lambda = 0.020$: una transferencia de valor presente nulo mueve el consumo agregado **al menos** 2 centavos por peso. La cota es floja: ignora a los hogares que hoy están dentro pero anticipan chocar con el límite. Por el otro lado, la propensión media de 8.3 centavos es cota *superior*, porque el impuesto de mañana solo puede recortar el consumo de hoy. La respuesta verdadera vive entre 2 y 8 centavos por peso
- Corolario incómodo para la política: **el calendario de los impuestos importa**, y la magnitud depende de un objeto distribucional que hay que medir, no postular

De los hogares a las empresas: la misma matemática gobierna la dinámica industrial

El herramental de Aiyagari—Bellman individual, transición markoviana y un operador T^* cuyo punto fijo es una distribución invariante μ —no es exclusivo del ahorro de las familias: es la base analítica de la macroeconomía de **empresas heterogéneas**.

Tres extensiones canónicas: selección, comercio y mala asignación

1. **Dinámica industrial y salida endógena (Hopenhayn 1992)**: Empresas con productividad z pagan un costo fijo operativo c_f . Aquellas con $z < z^*$ abandonan el mercado; una condición de entrada libre con costo hundido c_e determina la masa de firmas activas y el salario real de equilibrio general.
2. **Heterogeneidad y comercio internacional (Melitz 2003)**: Con costos fijos de exportación, la apertura reasigna factores hacia las empresas más productivas y expulsa a las menos eficientes: la PTF agregada aumenta por pura selección darwiniana.
3. **Mala asignación de factores (*misallocation*, Hsieh y Klenow 2009)**: Distorsiones tributarias y crediticias idiosincráticas (τ_k, τ_l) dispersan los productos marginales. En México, igualar productos marginales entre plantas elevaría la PTF manufacturera en $\sim 40\%$.

(Hopenhayn 1992; Melitz 2003; Hsieh y Klenow 2009) | Companion notebook: T07_A_firm_dynamics (dinámica industrial, selección y cuñas de misallocation).

Para el agente representativo la política monetaria es sustitución intertemporal y nada más

Log-linealizando la Euler del hogar representativo con elasticidad de sustitución intertemporal σ ,

$$c_t = \mathbb{E}_t c_{t+1} - \sigma r_t, \quad r_t \equiv i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \bar{r}.$$

Iterando hacia adelante hasta el estado estacionario ($\lim_{T \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t c_{t+T} = 0$):

$$c_0 = -\sigma \sum_{t=0}^{\infty} \mathbb{E}_0 r_t$$

- El consumo de hoy depende de la **suma completa de tasas reales futuras** y de nada más. Ni el ingreso laboral, ni los dividendos, ni quién tiene la deuda
- El ingreso aparece únicamente a través de la restricción presupuestaria agregada, que en equilibrio se cumple por construcción: no es un canal, es una identidad
- Es una predicción muy fuerte y muy fácil de rechazar: dice que una baja de tasas funciona igual en una economía sin deudores que en una llena de hogares que viven al día

(Woodford 2003; Galí 2015, cap. 3; Werning 2015)

En HANK el canal directo es minoritario: la política monetaria trabaja por el ingreso

Escríbase el consumo agregado como función del sendero de tasas y del sendero de ingresos que los hogares reciben — laboral, Y^L , y financiero, Y^F :

$$C_0 = C\left(\{r_t\}, \{Y_t^L\}, \{Y_t^F\}\right) \implies dC_0 = \underbrace{\sum_t \frac{\partial C_0}{\partial r_t} dr_t}_{\text{directo}} + \underbrace{\sum_t \frac{\partial C_0}{\partial Y_t^L} dY_t^L + \sum_t \frac{\partial C_0}{\partial Y_t^F} dY_t^F}_{\text{indirectos, de equilibrio general}}.$$

- Con agente representativo el segundo bloque es **cero por construcción**: la Euler ya agotó la respuesta
- Con mercados incompletos no lo es. Un hogar contra el límite es casi insensible a r_t y muy sensible a dY_t^L : su respuesta vive *entera* en el segundo bloque
- Kaplan, Moll y Violante calibran los dos activos a las propensiones a consumir observadas y encuentran que el canal directo explica alrededor de una quinta parte de la respuesta del consumo; el resto viaja por el ingreso laboral. Cifra *de su calibración publicada*, no calculada aquí
- La política monetaria deja de ser un problema de una ecuación de Euler y se vuelve un problema de **a quién le llega el ingreso**

(Kaplan, Moll y Violante 2018; Auclert 2019)

La cruz keynesiana intertemporal es el organizador moderno de todo esto

Vaciado del mercado de bienes en cada fecha, $Y_t = C_t + G_t$, con el consumo agregado dependiendo del *sendero* completo de ingresos y tasas. Perturbando alrededor del estado estacionario y apilando fechas en vectores:

$$dY = M dY + C_r dr + dG, \quad M_{t,s} \equiv \frac{\partial C_t}{\partial Y_s} \quad (\text{propensiones a consumir } \mathbf{intertemporales}),$$

$$dY = (I - M)^{-1} (C_r dr + dG)$$

- Es literalmente la cruz keynesiana de licenciatura, con una diferencia decisiva: la propensión a consumir no es un número sino una **matriz**, cuya columna s dice cómo se reparte en el tiempo el gasto de un peso recibido en s
- El multiplicador $(I - M)^{-1}$ amplifica tanto como pesen las entradas de M : la **entrada** $M_{0,0} = \partial C_0 / \partial Y_0$ — no la fila entera, que recoge respuestas a ingresos de todas las fechas — es justamente la $\overline{PMC}$ marginal que el laboratorio midió en 0.094
- Con agente representativo y $\beta(1 + r) = 1$, M tiene entradas del orden de $r/(1 + r)$ y el multiplicador es prácticamente 1: la cruz se aplana y desaparece el mecanismo
- La misma expresión sirve para política monetaria (vía $C_r dr$), fiscal (vía dG) y transferencias (vía $M dT$): un solo objeto, tres preguntas

Con propensiones altas el multiplicador fiscal deja de ser un parámetro libre

Un aumento del gasto financiado con deuda mueve dG y, a través de la recaudación futura, dT . Su efecto total sobre el producto es

$$\frac{dY}{dG} = (I - M)^{-1} \left[I - M \frac{dT}{dG} \right],$$

de modo que **cuándo** se paga importa tanto como cuánto se gasta: si el impuesto llega tarde, $M dT$ descuenta poco y el multiplicador se acerca a $(I - M)^{-1}$; si llega de inmediato, se acerca a la unidad.

- Esto conecta directamente con los multiplicadores estimados por proyecciones locales y por identificación narrativa: la teoría dejó de predecir *un* número y pasó a predecir un número **condicional** a la distribución de propensiones y al calendario fiscal
- Predice además **dependencia del estado**: en recesión crece la masa restringida Λ , sube M y el multiplicador con ella. Aquí la teoría se adelantó a un dato que sigue en disputa: Auerbach y Gorodnichenko encuentran esa no linealidad con un modelo de transición suave; Ramey y Zubairy, con series históricas trimestrales de EUA e instrumentos de noticias de gasto militar, estiman multiplicadores **por debajo de la unidad con holgura y sin ella** y no hallan evidencia de dependencia del estado
- El desacuerdo es de identificación y de muestra, no de aritmética: quien quiera defender la amplificación tiene que producir la M que la sostenga y decir qué la hace crecer en recesión
- Y da una prueba directa: los experimentos de transferencia focalizada permiten estimar columnas de M sin resolver el modelo

Pregunta activa: tomemos en serio la estimación más adversa, un multiplicador por debajo de 1 incluso en recesión. Con $\overline{PMC} = 0.083$, ¿qué valor de $(I - M)^{-1}$ hace falta, y qué tiene que estar haciendo la política monetaria o el calendario fiscal para que el multiplicador *no* pase de uno?

(Auerbach y Gorodnichenko 2012; Ramey y Zubairy 2018; Auclert, Rognlie y Straub 2024; Hagedorn, Manovskii y Mitman 2019)

Debate: la heterogeneidad no siempre paga su costo

Casos donde el agente representativo basta

- Ciclos impulsados por productividad agregada con mercados de crédito funcionando: Krusell y Smith muestran **agregación aproximada** — la media del capital predice su propia evolución con un ajuste casi perfecto
- Contabilidad del crecimiento a largo plazo y hechos de senda balanceada
- Preguntas sobre el nivel de la producción y su tendencia, donde la distribución se mueve despacio

Casos donde no basta

- Transmisión de la política monetaria: el canal dominante es el ingreso laboral de los hogares con propensión alta
- Transferencias, seguro de desempleo y calendario fiscal: la equivalencia ricardiana falla en proporción a la masa restringida
- Bienestar y costo de los ciclos: quien paga la recesión no es el hogar promedio
- Desapalancamiento, trampas de liquidez y crisis financieras, donde la restricción se activa masivamente

La pregunta que hay que hacerle a cada modelo

¿La pregunta depende de un **momento** de la distribución que la media no captura? Si la respuesta involucra a quién le llega el choque, con qué propensión responde y contra qué restricción está, entonces la distribución es parte del modelo y no un detalle de calibración.

(Krusell y Smith 1998; Ahn, Kaplan, Moll, Winberry y Wolf 2018; Kaplan y Violante 2018)

Si la inteligencia artificial mueve la distribución del ingreso laboral, eso es macroeconomía

La objeción natural es que la desigualdad es un problema distributivo y la macroeconomía se ocupa de agregados. Con mercados incompletos esa separación no existe: la distribución **entra** en los agregados por tres puertas.

- **Demanda agregada.** Si el ingreso se desplaza de hogares con propensión 0.5 hacia hogares con propensión 0.02, el consumo agregado cae aunque el ingreso agregado no se mueva un peso. Formalmente, $\Delta C = \sum_i PMC_i \Delta y_i$ no es cero cuando $\sum_i \Delta y_i = 0$
- **Tasa de interés.** Si la automatización eleva σ_ε o ρ_z — más riesgo, o riesgo más persistente —, la demanda precautoria de activos sube y r^* baja todavía más por debajo de $1/\beta - 1$. La misma mecánica del laboratorio, con otro parámetro
- **Transmisión de la política.** La matriz M depende de dónde está la masa. Una economía con más hogares que viven al día responde distinto a la misma baja de tasas

Debate de cierre (diez minutos, dos bandos): supóngase que la inteligencia artificial sustituye tareas cognitivas de ingreso medio y complementa a las de ingreso alto. Un bando sostiene que el efecto macro es de **oferta** (más productividad, más producto) y otro que es de **demanda y riesgo** (redistribución hacia baja propensión y más varianza idiosincrática). Cada bando debe nombrar el dato que zanjaría la discusión.

(Acemoglu y Restrepo 2020; Moll, Rachel y Restrepo 2022; Autor 2024)

Miniproyecto: recalibrar el riesgo y perseguir la cola de la riqueza

Tomen la solución del laboratorio como punto de partida y produzcan un documento breve con una figura y un párrafo por inciso.

1. **Riesgo y precaución.** Recorran $\sigma_\varepsilon \in \{0.10, 0.15, 0.20, 0.30\}$ y grafiquen r^* , K/Y y el Gini de riqueza contra σ_ε . ¿La relación entre riesgo y tasa de interés es lineal? ¿Qué pasa con $\rho_z = 0.98$?
2. **La cola que falta.** El modelo entrega un Gini de 0.54 y los datos por lo menos 0.74. Prueben una extensión y midan cuánto cierra la brecha: (i) un estado de productividad muy alto y poco persistente; (ii) heterogeneidad en β ; (iii) rendimientos heterogéneos del activo
3. **Propensiones.** Calculen $PMC(a, z)$ para una transferencia del 1 %, del 10 % y del 100 % del ingreso medio. ¿Por qué la propensión media cae cuando la transferencia crece? Relacionen la respuesta con la concavidad de la función de consumo
4. **Política.** Con la distribución del inciso 2, calculen ΔC_0 ante una transferencia de valor presente nulo y compárenla con la cota ΔT

```
import puremacro.vfi as vfi
# gamma NO se puede omitir: por omision vale 1.0 (log), no el 2.0 de clase.
# Y en sigma=0.30 el r* cae bajo el 0.5% donde arranca la biseccion.
cal = dict(gamma=2.0, rho=0.90, n_z=7, n_a=400, a_max=100.0,
           r_bracket=(-0.02, 0.039))
for s in (0.10, 0.15, 0.20, 0.30):
    res = vfi.aiyagari_steady_state(sigma=s, **cal)
    print(s, res['r'], res['K']/res['Y'], res['wealth_gini'])
# inciso 1, segunda parte: repetir el barrido con rho=0.98
```

Pregunta abierta: el modelo no reproduce ni la cola de la riqueza ni las propensiones observadas. ¿Eso lo invalida como teoría de la demanda agregada, o basta con que acierte en la *forma* de M ?

(Aiyagari 1994; Krusell y Smith 1998; Benhabib, Bisin y Luo 2019; De Nardi y Fella 2017)

Companion notebooks: T06_A_wealth_inequality y T06_C_portfolios_and_preferences.

Apéndice

Cinco bloques desplazados del cuerpo por ritmo:
riesgo agregado con Krusell-Smith; el operador T^* en forma matricial;
la cruz keynesiana intertemporal derivada paso a paso;
el modelo de dos activos; y la prueba econométrica de aseguramiento pleno

Riesgo agregado: Krusell-Smith y la agregación aproximada

Con un choque agregado Z , la distribución μ deja de ser estacionaria y pasa a ser una variable de estado que *se mueve*. El hogar necesitaría pronosticar el objeto entero para pronosticar precios. Krusell y Smith proponen sustituirlo por unos pocos momentos:

$$v(a, z; \mu, Z) \approx v(a, z; K, Z), \quad \log K' = b_0(Z) + b_1(Z) \log K.$$

Algoritmo.

1. Conjeturar (b_0, b_1) para cada estado agregado Z
 2. Resolver el problema del hogar con K como estado agregado percibido
 3. Simular una economía con muchos hogares durante miles de periodos y guardar la serie de K_t
 4. Reestimar (b_0, b_1) por mínimos cuadrados sobre esa serie y repetir hasta converger
- El hallazgo que dio nombre al fenómeno: la regresión ajusta casi perfectamente — $R^2 = 0.999998$ en Krusell y Smith (1998); en la réplica del curso (T03_A) los dos R^2 , uno por estado agregado, son 0.9987 y 0.9993. La **agregación aproximada** funciona porque las políticas de ahorro son casi lineales en a en el tramo donde vive la mayor parte de la riqueza — y quienes tienen políticas curvas tienen poca riqueza
 - Por eso mismo la agregación aproximada *deja* de funcionar cuando la pregunta carga peso sobre los hogares pobres: transferencias, seguro de desempleo, restricciones que se activan en masa
 - Los métodos modernos de secuencia lineal (*sequence-space Jacobian*) resuelven el mismo problema sin conjeturar momentos, calculando directamente las derivadas de los agregados respecto de los senderos de precios

(Krusell y Smith 1998; Den Haan 2010; Boppart, Krusell y Mitman 2018; Auclert et al. 2021)

El operador T^* en forma matricial y el método de la lotería

Con n_a nodos de activos y n_z estados de productividad, μ es un vector de $n_a n_z$ entradas y T^* es una matriz de transición de $(n_a n_z) \times (n_a n_z)$:

$$\mu' = Q^\top \mu, \quad Q_{(a,z) \rightarrow (a',z')} = \Pi(z, z') \cdot \mathbf{1}\{g_a(a, z) = a'\}.$$

La distribución estacionaria es el autovector izquierdo asociado al autovalor unitario de Q — exactamente la misma construcción que da la distribución estacionaria de productividad de una cadena de Markov, ahora sobre el estado conjunto.

El problema de la malla. La política $g_a(a, z)$ casi nunca cae sobre un nodo. Dos salidas:

- **Redondear al nodo más cercano.** Barato, pero introduce un sesgo sistemático en la media de la riqueza y hace la distribución artificialmente grumosa
- **Lotería (interpolación de masa).** Si $a_j \leq g_a(a, z) < a_{j+1}$, repartir la masa entre los dos nodos con pesos

$$\omega = \frac{a_{j+1} - g_a(a, z)}{a_{j+1} - a_j}, \quad 1 - \omega,$$

lo que preserva **exactamente** la media de a' . Es el método estándar y el que usa `puremacro.vfi.lottery_distribution`

Diagnóstico obligatorio en cualquier implementación: verificar que $\sum \mu = 1$ hasta precisión de máquina y que la masa sobre el nodo superior de la malla es despreciable. Si no lo es, la malla de activos es demasiado corta y todos los momentos están sesgados.

(Young 2010; Ríos-Rull 1999)

La cruz keynesiana intertemporal, paso a paso

Paso 1 — consumo como funcional del sendero. En un modelo de mercados incompletos sin riesgo agregado, el consumo agregado de la fecha t ante un sendero determinista de ingresos y tasas es una función $C_t = C_t(\{Y_s\}_{s \geq 0}, \{r_s\}_{s \geq 0})$, definida resolviendo el problema del hogar hacia atrás desde el estado estacionario final.

Paso 2 — linealizar. Alrededor del estado estacionario,

$$dC_t = \sum_{s \geq 0} \frac{\partial C_t}{\partial Y_s} dY_s + \sum_{s \geq 0} \frac{\partial C_t}{\partial r_s} dr_s \equiv (M dY)_t + (C_r dr)_t.$$

Paso 3 — imponer el vaciado de bienes en cada fecha, $dY_t = dC_t + dG_t$:

$$dY = M dY + C_r dr + dG \implies (I - M) dY = C_r dr + dG.$$

Paso 4 — leer la matriz. La columna s de M es el perfil temporal del gasto de un peso adicional recibido en s ; descontada con $q_t = (1 + r)^{-t}$, su valor presente es **exactamente el de ese peso**, $\sum_t q_t M_{t,s} = q_s$ — es decir $q' M = q'$, el presupuesto en valor presente del hogar: nada se ahorra para siempre. (Sólo la columna $s = 0$ suma uno; para $s > 0$ la suma ponderada es $q_s < 1$.) Con agente representativo la columna es casi plana y de altura $r/(1 + r)$ cuando $\beta(1 + r) = 1$ (si $\beta(1 + r) < 1$ la altura es $\kappa = 1 - [\beta(1 + r)]^{1/\gamma}/(1 + r)$, algo mayor); con mercados incompletos tiene un pico pronunciado en $t = s$ que decae en pocos trimestres.

Como $q' M = q'$, el 1 es autovalor de M y $I - M$ es *singular*: la invertibilidad no viene del descuento. En la práctica se invierte la versión truncada y la solución económica se selecciona imponiendo acotamiento y la regla fiscal/monetaria (Auclert, Rognlie y Straub 2024, sec. 3).

(Auclert, Rognlie y Straub 2018; Auclert, Bardóczy, Rognlie y Straub 2021)

Dos activos: por qué el modelo líquido-ilíquido sí genera ricos que viven al día

El hogar elige ahora dos acervos: uno líquido b con rendimiento r^b y uno ilíquido a con rendimiento $r^a > r^b$, cuyo ajuste cuesta $\chi(d, a)$:

$$v(b, a, z) = \max_{c, b', d} \left\{ u(c) + \beta \sum_{z'} \Pi(z, z') v(b', a', z') \right\}$$

$$\text{s.a. } c + b' + d + \chi(d, a) = (1 + r^b)b + wz, \quad a' = (1 + r^a)a + d, \quad b' \geq -\underline{b}.$$

- La brecha $r^a - r^b$ da un motivo para tener casi toda la riqueza en la forma ilíquida; el costo χ hace que no valga la pena tocarla ante un choque pequeño
- El resultado es un hogar con riqueza neta alta y liquidez casi nula: propensión a consumir cercana a uno y patrimonio de clase media alta. Exactamente el *rico que vive al día* de los datos
- Con un solo activo esto es imposible por construcción: la riqueza es la liquidez, y quien tiene mucha de una tiene mucha de la otra
- Es también el modelo sobre el que se construye la descomposición directo/indirecto: el canal directo es débil precisamente porque la riqueza que responde a r está inmovilizada

(Kaplan y Violante 2014; Kaplan, Moll y Violante 2018) | Companion notebook: T06_C_portfolios_and_preferences (modelo de dos activos y ricos que viven al día). En su calibración el 43.3 % son pobres al día y el 39.2 % acomodados al día (82.6 % en total, muy por encima del tercio de los datos): reproduce el *tipo* de hogar, no todavía su cuantía.

Cómo se falsea el aseguramiento pleno con microdatos

Con preferencias CRRA idénticas y mercados completos, $c_i(s^t) = \omega_i C(s^t)$, de modo que

$$\Delta \log c_{it} = \Delta \log C_t \quad \text{para todo hogar } i.$$

La regresión que hace falta añade el ingreso idiosincrático como variable superflua bajo la hipótesis nula:

$$\Delta \log c_{it} = \alpha_t + \phi_c \Delta \log y_{it} + \mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\gamma} + u_{it}, \quad H_0 : \phi_c = 0,$$

donde α_t es un efecto fijo de tiempo que absorbe $\Delta \log C_t$ y cualquier otro agregado.

- El símbolo ϕ_c lleva subíndice a propósito: en los modelos de inversión ϕ denota el costo de ajuste del capital y en los de emparejamiento la elasticidad del matching respecto del desempleo. Son tres objetos distintos
- El rechazo es robusto: $\hat{\phi}_c$ es positivo y significativo en el PSID, en datos de consumo por alimentos y en paneles de hogares de países en desarrollo
- La lectura correcta no es «no hay seguro», sino «hay seguro parcial»: $\hat{\phi}_c$ está lejos de 1 y lejos de 0. Cuantificar ese punto intermedio es el programa de Blundell, Pistaferri y Preston
- Advertencia econométrica: el error de medición en el ingreso sesga $\hat{\phi}_c$ hacia cero, así que el rechazo es *conservador*

(Cochrane 1991; Mace 1991; Blundell, Pistaferri y Preston 2008; Townsend 1994)