

Mecanismos: trabajo, capital y economía pequeña y abierta
Macroeconomía avanzada
ITAM, Otoño 2026
Semanas 13-14

Jorge Alonso Ortiz

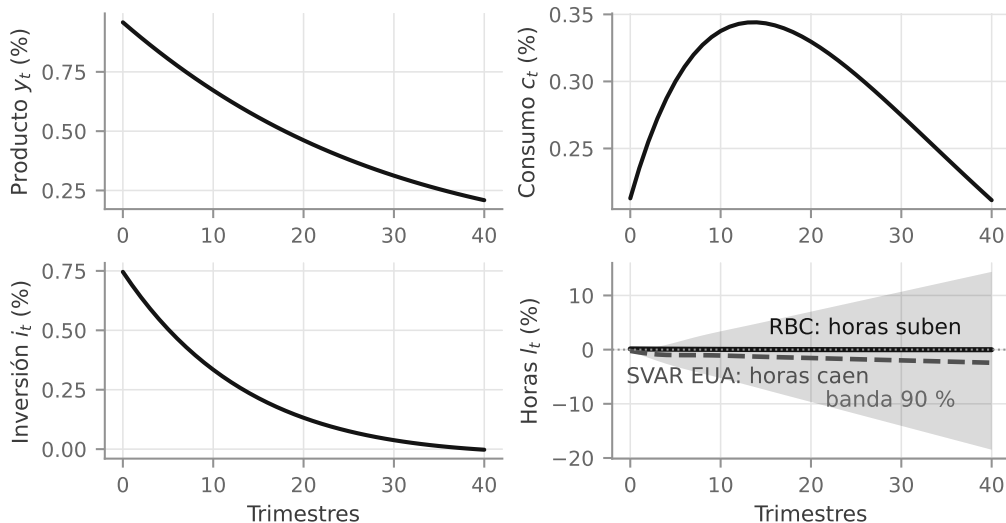
Introducción

La literatura de ciclos económicos es demasiado amplia como para cubrirla en un solo curso, pero vamos a estudiar mecanismos populares que se han empleado para explicar algunas inconsistencias del modelo canónico de ciclos económicos reales respecto a:

- La baja volatilidad, relativa a los datos, que genera el modelo para procesos de productividad empíricamente razonables
- La excesiva correlación del consumo, inversión y horas de trabajo con la productividad y el ingreso por habitante en el modelo
- Funciones de impulso-respuesta teóricas muy distintas a las empíricas

desde el punto de vista de modelos con hogares y empresas representativas y que, en general, satisfacen los supuestos de los teoremas fundamentales de la economía del bienestar.

Motivación: Galí (1999) en vivo — ¿qué hacen las horas?



Panel D: ante el mismo choque tecnológico, en el modelo las horas **suben** y en el SVAR de Blanchard-Quah con datos de EUA **caen** (-0.23% en impacto).

Galí (1999): la tabla de momentos que cada mecanismo tiene que batir

El tercer fallo —funciones de impulso-respuesta teóricas muy distintas a las empíricas— no es una impresión: es un resultado empírico falsable. La lámina anterior identifica el choque tecnológico como el *único* con efecto permanente sobre la productividad del trabajo (Blanchard–Quah) y mide la respuesta de las horas.

	Datos (EUA)	RBC básico
σ_c / σ_y	0.68	≈ 0.44
σ_i / σ_y	1.98	≈ 2.9
σ_e / σ_y	0.62	≈ 0.5
$\text{corr}(e, a)$	-0.31	$\approx +0.9$

Momentos de EUA con filtro de Hamilton (los mismos del bloque de ciclos económicos reales); modelo básico con la calibración de King y Rebelo (1999). En el modelo básico no hay margen extensivo: su σ_e es la volatilidad de las horas. El cuaderno T02_B teclea otra ficha —EUA 1947-2019 con HP: 0.74, 3.12, 0.86— y su modelo canónico da $\sigma_c / \sigma_y = 0.33$: dos “modelos básicos” con dos calibraciones.

Las horas **caen** en impacto — lo contrario de lo que mostrará la IRF del modelo de trabajo indivisible. Cada mecanismo que sigue compite contra esta IRF empírica y contra esta tabla de momentos.

Refs: Galí (1999); Blanchard y Quah (1989); Christiano, Eichenbaum y Vigfusson (2003); King y Rebelo (1999).

Motivación: Galí (1999) en vivo — el código (10 minutos)

Con puremacro, adoptando la especificación de `examples/gali_1999_hours.py` (horas per cápita HOANBS/CNP16OV en desviaciones respecto a su media, la de Galí):

```
import numpy as np, pandas as pd
from puremacro.fetch import fetch_fred
from puremacro.var.identify.bq import bq_svar

ophnfb = fetch_fred('OPHNFb')    # productividad, TRIMESTRAL
hoanbs = fetch_fred('HOANBS')    # horas sector empresarial, TRIMESTRAL
cnp16ov = fetch_fred('CNP16OV')  # poblacion 16+, MENSUAL (!)
# Sin red: d = load_csv('gali1999') de puremacro.replication._data

# CNP16OV es mensual: sin pasarla a trimestral, el dropna() deja CERO filas
pob = cnp16ov.resample('QS').mean() # frecuencias antes que modelos
dprod = 100*np.log(ophnfb).diff()
dh = 100*np.log(hoanbs/pob).diff() # horas per capita
Y = pd.concat([dprod, dh - dh.mean()], axis=1).dropna() # ~313 trimestres
res = bq_svar(Y.values, p=4, horizon=20, permanent_var_idx=0)
res.irf_point[:, 1, 0] # horas: negativa en impacto y 5+ trimestres
```

La magnitud depende de la muestra: con la de Galí —1948T2–2007T4, la del cuaderno T02_B y la de la lámina anterior— el impacto es -0.23% ; esta celda corre la muestra completa disponible en FRED.

Pregunta: ¿acabamos de refutar al RBC o a la identificación? Christiano, Eichenbaum y Vigfusson (2003): con las horas en *niveles* el signo se revierte — la decisión de especificación no es un trámite.

Refs: Galí (1999); Christiano, Eichenbaum y Vigfusson (2003).

El menú: preferencias, capital y naturaleza de los choques

Estos son mecanismos populares que se han propuesto para corregir las deficiencias del modelo sin cambiar de paradigma:

- Loterías de empleo, producción doméstica y preferencias que alteran sustancialmente las magnitudes relativas de los efectos ingreso y sustitución intratemporales e intertemporales
- Reconocimiento explícito de que cambiar el acervo de capital o las decisiones de inversión respecto del largo plazo es costoso y que infrautilizar el acervo de capital instalado puede ser beneficioso en una recesión
- También reconocer que los choques que sufre una economía son diversos y que los choques a la productividad pueden ser también de naturaleza permanente
- Y reconocer que México no es una economía cerrada: hay deuda externa, prima de riesgo país y paradas súbitas, y esos márgenes rompen restricciones que el modelo cerrado no puede romper

Plan de dos semanas, alineado con el calendario del curso: la oferta de trabajo va en la semana 13 —trabajo indivisible, márgenes extensivo e intensivo, y el saldo de las preferencias no separables y la producción doméstica—, y el capital, los choques y la economía abierta en la semana 14 —utilización, costos de ajuste, q de Tobin, choques específicos a la inversión y economía pequeña y abierta—. El trabajo indivisible retoma lo apuntado al calibrar el modelo de ciclos económicos reales; el álgebra completa de la utilidad no separable y de la producción doméstica está en el apéndice. Dónde se evalúa: la utilización variable u_t y los costos de ajuste ϕ de la semana 14 entran en los **dos** finales —la derivación analítica en el **Examen Final Teórico** (Secciones 1 y 3, el 60 % de ese examen) y su implementación en la **Parte D del Examen Final Computacional**—; la Tarea 2, que sale en la semana 8, se queda con el modelo de ciclos económicos reales canónico del mazo A4.

La elasticidad que el modelo necesita no es la que mide la microeconometría

El modelo de ciclos económicos reales necesita elasticidades de sustitución intertemporales del ocio inusualmente altas en comparación con las encontradas en la literatura microeconométrica. En un contexto de hogares heterogéneos y mercados de seguros completos, podemos mostrar que cualquier elasticidad micro es compatible con una elasticidad macro infinita a nivel agregado. La pregunta es doble: qué le hace esa agregación a las simulaciones, y si el ajuste del empleo ocurre en el número de trabajadores o en las horas de cada uno.

Hansen y Rogerson: cualquier elasticidad micro, elasticidad macro infinita

Hansen (1985) y Rogerson (1988) responden a la crítica de que si el modelo RBC empleara elasticidades de sustitución intertemporales compatibles con la evidencia microeconómica generaría fluctuaciones insuficientes. Supongamos que existe un continuo de individuos $i \in [0, 1]$ en cada periodo t , dotados de una función de utilidad por periodo

$$u(h_{it}, c_{it}) = \log(c_{it}) + \mu \frac{(1 - h_{it})^{1-\nu}}{1 - \nu}$$

Cada individuo puede estar empleado o no con probabilidad θ_t , pero los hogares establecen contratos de seguros que les permiten eliminar el riesgo de desempleo y sólo tener que determinar el consumo por persona y la fracción de los individuos que queremos empleados en cada periodo.

El seguro de desempleo hace la desutilidad lineal en θ_t

La utilidad esperada del hogar colectivo puede escribirse como

$$Eu_i = \log(c_t) + \mu \left[\theta_t \frac{(1 - \bar{h})^{1-\nu}}{1 - \nu} + (1 - \theta_t) \frac{1}{1 - \nu} \right]$$

que es equivalente a escribir

$$Eu_i = \log(c_t) - B\theta_t$$

donde

$$B = \frac{\mu}{1 - \nu} [1 - (1 - \bar{h})^{1-\nu}]$$

Además, noten que c_t es un agregado que no depende del individuo... en una economía con aseguramiento completo y preferencias idénticas, todos consumen lo mismo.

El problema del planificador con trabajo indivisible

Finalmente escribimos el problema dinámico como

$$\max_{c_t, \theta_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=1}^{\infty} \tilde{\beta}^{t-1} [\log(c_t) - B\theta_t] \right\}$$

donde $\tilde{\beta} = \beta(1 + \hat{N})(1 + g)^{1-\sigma}$ es el factor de descuento transformado en su forma general —el crecimiento poblacional $(1 + \hat{N})$ entra como factor y el crecimiento per cápita como $(1 + g)^{1-\sigma}$, con σ la curvatura CRRA del consumo—, que con la utilidad logarítmica de este problema ($\sigma = 1$) se reduce a $\tilde{\beta} = \beta(1 + \hat{N})$. En las restricciones de recursos de todo el mazo tomamos $\hat{N} = 0$: con población creciente, el término de acumulación per cápita destendencializado sería $(1 + g)(1 + \hat{N})k_t$. El problema queda sujeto a la restricción de recursos deflactada por el crecimiento de la economía en la senda de crecimiento balanceado

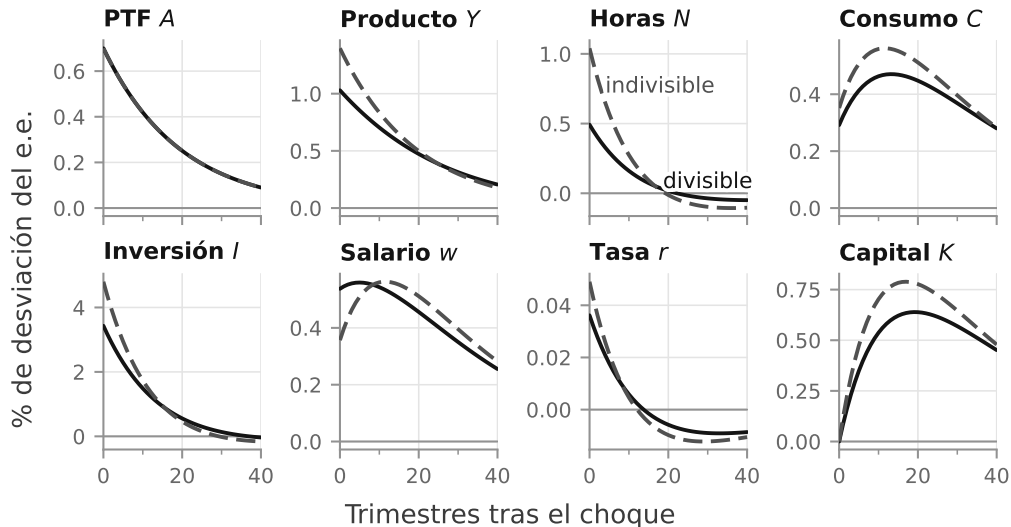
$$c_t + (1 + g)k_t - (1 - \delta)k_{t-1} = e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha} (\theta_t \bar{h})^{1-\alpha}$$

donde

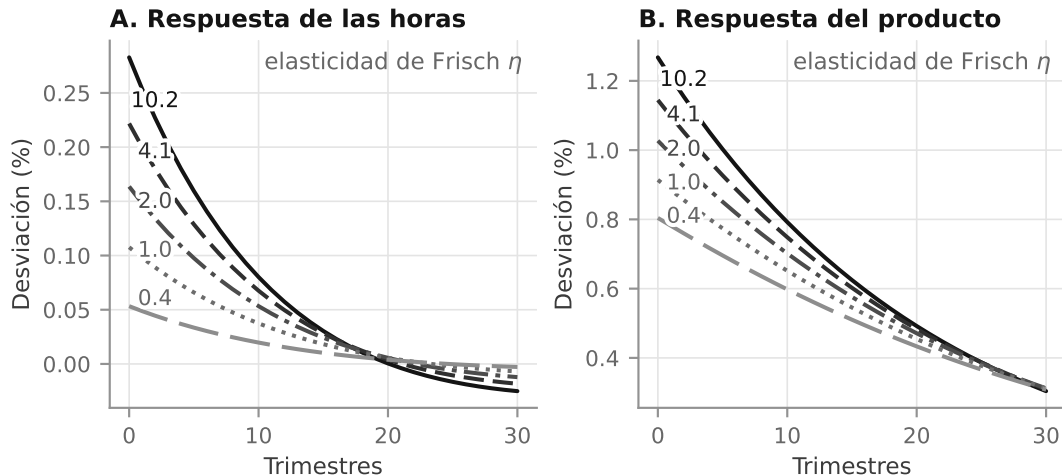
$$a_{t+1} = \rho a_t + \epsilon_{t+1}$$

Con este modelo podemos justificar cualquier elasticidad micro con una elasticidad macro infinita.

Trabajo indivisible: amplifica las horas, pero éstas siguen subiendo tras el choque tecnológico



Cinco elasticidades de Frisch: amplifican, no cambian el signo



Mismo choque tecnológico en el RBC canónico; sólo cambia la curvatura del ocio ν , es decir la elasticidad de Frisch $\eta = (1 - \bar{h})/(\nu \bar{h})$, de 0.4 —el rango microeconómico— a 10.2, casi el caso indivisible.

Cuaderno T02_B. Refs: MaCurdy (1981); Altonji (1986); Hansen (1985); Rogerson (1988).

Del θ_t de la lotería a los flujos: la f y la s de Shimer

El modelo de loterías mueve θ_t , la fracción de empleados, pero es mudo sobre *cómo*: ¿quién entra, quién sale y a qué ritmo? Con la serie de desempleo podemos recuperar las tasas de encontrar empleo (f) y de separación (s):

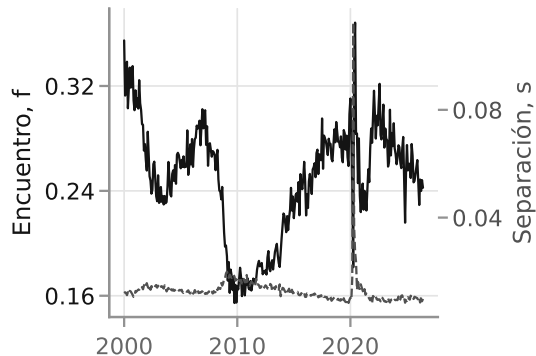
```
from puremacro.fetch import fetch_fred
from puremacro.labor_flows import transitions_from_shimer

u = fetch_fred('UNRATE')
flows = transitions_from_shimer(u)  # tasas f y s
```

Opcional: `supply_demand_decomposition` (con *fallback* de 2 estados documentado).

Refs: Shimer (2005); Fujita y Ramey (2009); Rogerson y Shimer (2011).

Lo que sale de ese código: la f manda



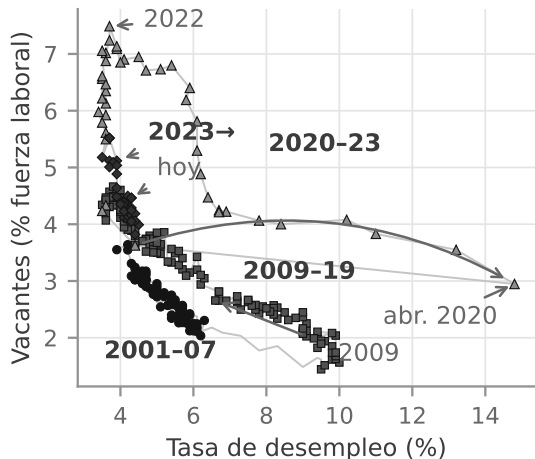
Dos escalas: f a la izquierda, s a la derecha.

Fuente: CPS vía FRED, tasas mensuales (cuaderno T08_A). Refs: Shimer (2005); Fujita y Ramey (2009).

La f , fuertemente procíclica, domina la varianza del desempleo: en cada recesión f se desploma y tarda años en recuperarse. Las separaciones importan sobre todo en las *entradas* a recesión, cuando s repunta de forma breve (Fujita y Ramey).

¿Qué decisión del modelo de loterías corresponde a f ?
¿Y a s ? Ninguna por separado: sólo su combinación implícita en θ_t .

...y las vacantes: la curva de Beveridge



Cada nube es un episodio; la de 2023 en adelante todavía se está escribiendo.

Fuente: BLS vía FRED (JOLTS para las vacantes, UNRATE para el desempleo). Refs: Shimer (2005); Rogerson y Shimer (2011).

La otra cara del desempleo son las vacantes. La vía idiomática es `from puremacro.fetch import fetch_jolts`, que devuelve el panel ordenado `[date, industry, element, level, rate]`; para Europa, `fetch_eurostat_vacancies`. Ejercicio didáctico alternativo, no una necesidad: armar la misma serie a mano con JTSJOL y CLF16OV vía `fetch_fred`.

¿Qué predice el modelo de loterías para las vacantes? **Nada** — esa es exactamente la motivación de los modelos de búsqueda y emparejamiento. Extra: ¿qué pasó con las vacantes tech después de 2022 y qué papel juega la IA?

El margen extensivo e intensivo

El modelo anterior ilustra que cuando hay riesgo de desempleo y mercados completos, la única decisión relevante es el porcentaje de la familia que va a estar empleada, para cualquier elasticidad de sustitución intertemporal del trabajo. Otros modelos incorporan explícitamente el margen extensivo e intensivo:

$$\max_{c_t, l_t, e_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \mu_e \frac{e_t^{1+\sigma_e}}{1+\sigma_e} - \mu_h e_t \frac{l_t^{1+\sigma_l}}{1+\sigma_l} \right] \right\}$$

con desutilidad *convexa* del empleo y de las horas ($\sigma_e, \sigma_l > 0$, à la Cho y Cooley), lo que garantiza soluciones interiores, sujeto a:

$$c_t + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} = a_t k_{t-1}^{\alpha} (e_t l_t)^{1-\alpha}$$

aunque también sería razonable suponer que la combinación de trabajadores y cuánto trabaja cada empleado es importante para la empresa, por lo que debemos escribir la restricción de recursos descentralizada como

$$c_t + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} = w(l_t)e_t + r_{kt}k_{t-1}$$

donde $w(l_t)$ es un contrato que establece la compensación de cada trabajador en función de sus horas l_t —entra en la restricción como pago por trabajador, $w(l_t)e_t$, no como pago por hora— y r_{kt} es la renta del capital.

El contrato salarial es convexo en las horas

Del problema de la empresa —que elige k_{t-1} y e_t , con libertad de entrada y beneficios nulos— se obtiene, combinando las condiciones de primer orden de capital y empleo, el contrato salarial por trabajador:

$$w_t(l_t) = (1 - \alpha)\alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} a_t^{\frac{1}{1-\alpha}} r_{kt}^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} l_t^{\frac{1-\alpha+\psi}{1-\alpha}}$$

- ψ es la elasticidad *adicional* del producto respecto a las horas por trabajador l_t , por encima de la del empleo e_t : implícitamente la tecnología descentralizada es $y_t = a_t k_{t-1}^\alpha e_t^{1-\alpha} l_t^{1-\alpha+\psi}$, de modo que las horas y el número de trabajadores dejan de ser sustitutos perfectos (la tecnología $(e_t l_t)^{1-\alpha}$ es el caso $\psi = 0$)
- El exponente de l_t es $\frac{1-\alpha+\psi}{1-\alpha} = 1 + \frac{\psi}{1-\alpha}$: con $\psi > 0$ **los salarios son convexos en las horas trabajadas** — el pago por trabajador crece más que proporcionalmente con l_t . Es convexidad del contrato, no rendimientos crecientes de la producción en las horas (eso exigiría $1 - \alpha + \psi > 1$, es decir, $\psi > \alpha$). Con $\psi = 0$ el salario es lineal en l_t
- La intuición: intensificar el margen intensivo (más horas por trabajador) es cada vez más caro, mientras que el margen extensivo (más trabajadores) no sufre esa penalización. La combinación de ambos márgenes queda determinada por ψ y por la tecnología

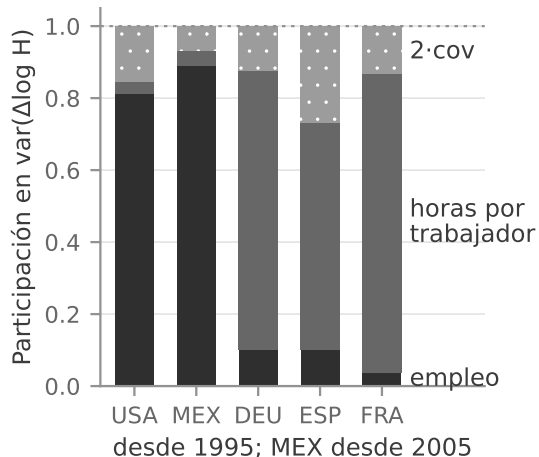
$\Delta \log H = \Delta \log E + \Delta \log(H/E)$: **¿qué margen manda en cada país?**

Descompongan la varianza del ciclo de las horas totales en margen extensivo (empleo) e intensivo (horas por empleado):

```
from puremacro.fetch.oecd_qna_labor import fetch_qna_labor
from puremacro.fetch import fetch_fred
df = fetch_qna_labor(codes=['MEX','DEU','ESP','FRA','KOR']) # E y H
# el intensivo es log_hours_qna - log_emp_qna. OJO: este dataflow NO trae
# USA ni JPN (y KOR no da horas); EUA se arma con el BLS via FRED:
awhi, priv = fetch_fred('AWHI'), fetch_fred('USPRIV') # .resample('QS')
```

Ficha de la descomposición: QNA trimestral desde 1995, salvo México, que arranca en 2005; EUA se arma con AWHI y USPRIV del BLS vía FRED; Corea queda fuera porque la QNA no publica sus horas. Las tres piezas de cada barra son $\text{var}(\Delta \log E)$, $\text{var}(\Delta \log H/E)$ y 2 cov, en participación de $\text{var}(\Delta \log H)$.

El margen extensivo manda en EUA y México; el intensivo en Europa continental



En EUA y México domina el margen extensivo —el 81 % y el 89 % de la varianza de $\Delta \log H$: valida la abstracción de Hansen—; en Alemania, Francia y España domina el intensivo (78 %, 83 % y 63 %: *Kurzarbeit* y esquemas afines). Qué margen importa depende de las instituciones $\Rightarrow$ la elección de modelo depende del país.

Son cuotas de varianza de toda la muestra; por episodios el orden puede invertirse. En 2008-10 España ajustó casi todo por empleo (−9.9 % contra −9.8 % en horas) y en 2020 México fue la única del grupo donde mandó el extensivo (−19.0 % contra −20.9 %; cuaderno T01_B).

Pregunta: ¿qué parámetros (μ_e , σ_e , σ_l) recalibrarían para Alemania frente a EUA?

Refs: Hansen (1985); Cho y Cooley (1994); Ohanian y Raffo (2012).

Preferencias no separables y producción doméstica: magnitudes sí, signo no

Dos mecanismos del menú actúan sobre las preferencias y no sobre la tecnología. Su álgebra está en el apéndice; lo que hay que retener es qué corrigen y qué no:

- **Utilidad no separable (King, Plosser y Rebelo, 1988).** Consumo y ocio entran multiplicativamente en $c_t^{1-\sigma} \exp[\cdot]$, de forma compatible con la senda de crecimiento balanceado, y σ y ϵ gobiernan la fuerza relativa de los efectos ingreso y sustitución. Acerca σ_c/σ_y y modula la respuesta de las horas ante choques persistentes, pero las horas siguen subiendo en impacto. Su subproducto más útil es la transformación del descuento, $\tilde{\beta} = \beta(1 + \hat{N})(1 + g)^{1-\sigma}$
- **Producción doméstica (Benhabib, Rogerson y Wright, 1991).** El hogar combina consumo de mercado y doméstico en un agregador CES; si son sustitutos ($\xi \in (0, 1)$), elasticidad $1/(1 - \xi) > 1$ reasigna tiempo hacia el hogar en la recesión y amplifica las horas de mercado. Las dos estimaciones de referencia coinciden en que lo son: PSID (Rupert, Rogerson y Wright, 1995) y agregada por máxima verosimilitud (McGrattan, Rogerson y Wright, 1997)

Ancla empírica: Aguiar, Hurst y Karabarbounis (2013) estiman que alrededor del 30 % de las horas de mercado perdidas en la Gran Recesión se reasignaron a producción doméstica — el canal $\xi > 0$ es medible.

Mini-ejercicio (5 min): ambos amplifican la respuesta de las horas, pero sólo uno empeora σ_i/σ_y . ¿Cuál y por qué?

Refs: King, Plosser y Rebelo (1988); Benhabib, Rogerson y Wright (1991); Rupert, Rogerson y Wright (1995); McGrattan, Rogerson y Wright (1997); Aguiar, Hurst y Karabarbounis (2013).

Buena parte de lo que medimos como productividad es uso del acervo instalado

Las fluctuaciones medidas de la productividad capturan en buena parte variaciones en el uso del acervo instalado, que las estimaciones rudimentarias no distinguen. El modelo con uso variable las incorpora:

$$\max_{l_t, c_t, u_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \left[\log(c_t) + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$

sueto a:

$$c_t + (1+g)k_t - [1 - \delta(u_t)] k_{t-1} = e^{a_t} (u_t k_{t-1})^\alpha l_t^{1-\alpha}$$

donde

$$a_{t+1} = \rho a_t + \epsilon_{t+1}$$

y la depreciación es una función creciente y convexa de la intensidad del uso. Por ejemplo:

$$\delta(u_t) = \bar{\delta} \frac{u_t^\omega}{\omega}$$

o

$$\delta(u_t) = \delta_0 + \delta_1(u_t - 1) + \frac{\delta_2}{2}(u_t - 1)^2$$

Los coeficientes cuadráticos son δ_1, δ_2 : ϕ queda reservado al costo de ajuste del capital.

La utilización óptima iguala desgaste marginal y producto marginal

El uso variable del capital únicamente añade un margen de eficiencia adicional. En el caso de la especificación isoelástica:

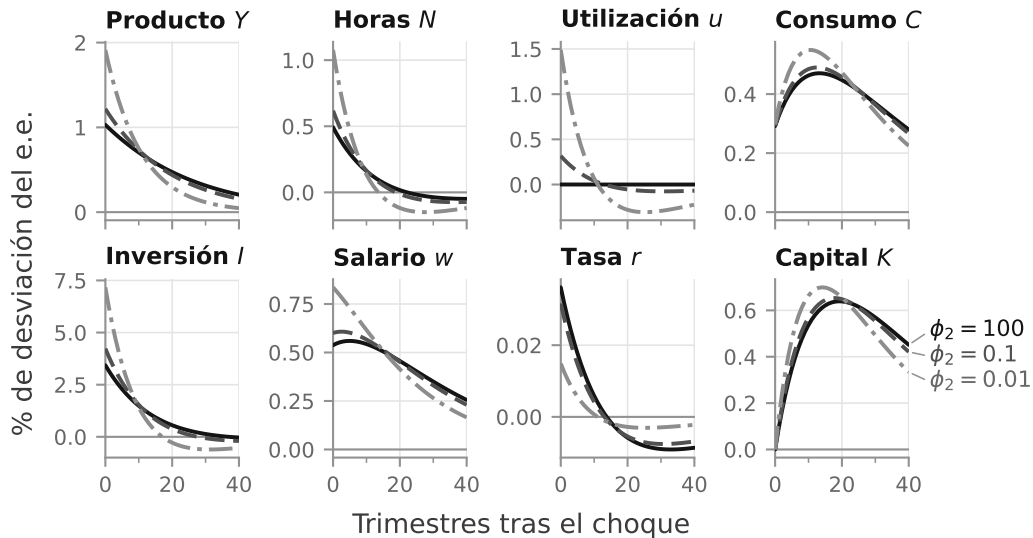
$$\bar{\delta} u_t^{\omega-\alpha} = \alpha e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha}$$

o la especificación cuadrática:

$$\delta_1 + \delta_2(u_t - 1) = \alpha u_t^{\alpha-1} e^{a_t} k_{t-1}^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha}$$

Este mecanismo suele combinarse con costos de ajuste del capital. Usar una cantidad menor del capital instalado puede ser conveniente en una recesión, al igual que puede ser costoso aumentar o reducir la cantidad de capital instalado.

Utilización variable: amplifica el producto, pero las horas siguen subiendo en impacto



Evidencia sobre variabilidad en el uso del capital

La utilización de la capacidad instalada es **fuertemente procíclica**, exactamente lo que supone $\delta(u_t)$:

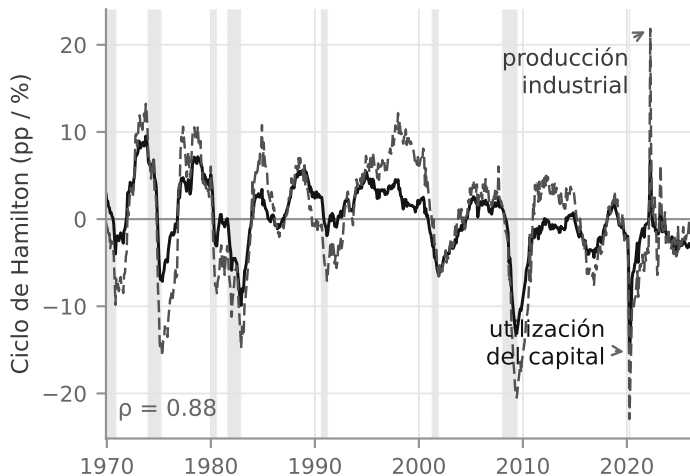
```
from puremacro.fetch import fetch_fred
from puremacro.cycles import hamilton_filter

tcu = fetch_fred('TCU')      # utilizacion de capacidad, EUA
ip  = fetch_fred('INDPRO')    # produccion industrial
# comparar los ciclos de Hamilton de ambas series
```

Dos avisos de especificación. `hamilton_filter` sin argumentos no es la del curso: la lámina siguiente usa $(h, p) = (24, 12)$, la parametrización mensual. Y las dos series son mensuales, así que no hay que pasarlas a trimestral antes de filtrar.

Refs: Greenwood, Hercowitz y Huffman (1988).

La utilización de capacidad y la producción industrial comparten el ciclo

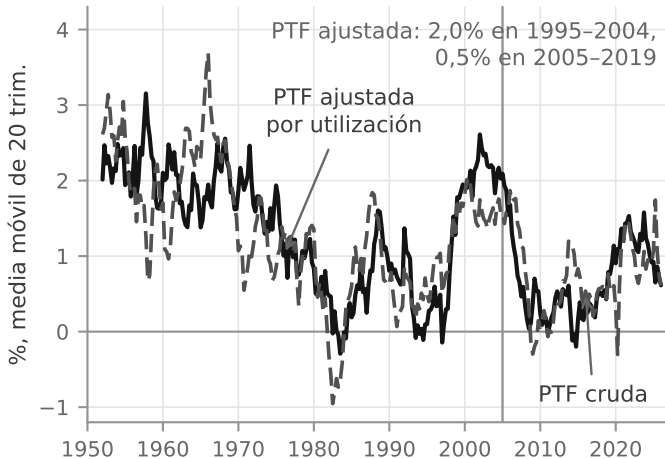


Ciclos de Hamilton (24, 12) de las dos series mensuales; las bandas grises son las recesiones del NBER.

Fuente: FRED (TCU, INDPRO). Refs: Greenwood, Hercowitz y Huffman (1988).

Evidencia: el residuo de Solow confunde a_t con u_t

Fernald construye la PTF purgada de utilización: la “tecnología” resultante es menos volátil y menos procíclica que el residuo de Solow crudo.



Medias móviles de 20 trimestres; el corte vertical marca 2005.

Evidencia: el residuo de Solow confunde a_t con u_t (el código)

El fetcher de puremacro sólo emite la variante ajustada; para el contraste $dtfp$ vs $dtfp_util$ leemos el workbook FRBSF —quarterly_tfp.xlsx de la Fed de San Francisco, la fuente de la lámina anterior—:

```
import pandas as pd; from puremacro.fetch import fernald # submodulo explicito
ptf_aj = fernald.fetch() # tfp_ernald: nivel acumulado de dtfp_util
tfp = pd.read_excel('https://www.frbsf.org/wp-content/uploads/quarterly_tfp.xlsx',
                    sheet_name='quarterly', header=1) # columnas dtfp, dtfp_util
```

Pregunta: si parte de la volatilidad “de la productividad” es utilización, ¿qué σ_a le queda de verdad al RBC y cuánta amplificación endógena hace falta?

Refs: Basu, Fernald y Kimball (2006); Fernald (2014).

Costos de ajuste del capital

La literatura también ha propuesto modificaciones al modelo que pretenden capturar que el capital es costoso de ajustar. Vamos a considerar costos de ajuste convexos, ya que permiten aproximaciones locales al modelo en las que la solución es relativamente fácil de encontrar. Comencemos con una versión con costos de ajuste del acervo de capital

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$

sujeto a una restricción de recursos:

$$c_t + i_t = a_t k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

y a una ley de acumulación del capital:

$$(1+g)k_t = (1-\delta)k_{t-1} + i_t - \frac{\phi}{2} \left(\frac{i_t}{k_{t-1}} - g - \delta \right)^2 k_{t-1}$$

Vamos a escribirlo descentralizado para profundizar en el concepto de costo de capital que contiene la ***q* de Tobin**.

Las funciones de impulso-respuesta de este mazo —trabajo indivisible, uso variable, costos de ajuste del capital y de la inversión, y utilidad no separable— comparten calibración: $\alpha = 0.33$, $\beta = 0.99$, $\delta = 0.025$, $l_{ee} = 1/3$, $\rho_a = 0.95$, $\sigma_a = 0.007$, y se resuelven con el método QZ de Klein.

La q de Tobin

Podemos escribir una versión descentralizada del modelo anterior para estudiar la evolución del estadístico q de Tobin, que mide el costo relativo del capital respecto del consumo y que teóricamente puede usarse como criterio de inversión

$$\max_{c_t, l_t, i_t, k_t, b_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$

sujeto a:

$$c_t + i_t + (1+g)b_t = w_t l_t + r_{kt} k_{t-1} + (1+r_{t-1})b_{t-1}$$

y al siguiente proceso de inversión:

$$(1+g)k_t = (1-\delta)k_{t-1} + i_t - \frac{\phi}{2} \left(\frac{i_t}{k_{t-1}} - g - \delta \right)^2 k_{t-1}$$

donde vamos a suponer que λ_{ct} es el multiplicador asociado a la restricción de recursos y λ_{it} el multiplicador de la restricción de inversión.

$q_t > 1$: vale la pena invertir; la Euler valora el capital instalado

La condición de primer orden de la inversión nos permite escribir la relación:

$$\lambda_{ct} = \lambda_{it} \left[1 - \phi \left(\frac{i_t}{k_{t-1}} - g - \delta \right) \right]$$

Definimos la $q_t = \frac{\lambda_{it}}{\lambda_{ct}}$ de Tobin como la medida de cuántas unidades de consumo estamos dispuestos a sacrificar por una unidad de inversión... *grosso modo*, si $q_t > 1$ vale la pena invertir. Nótese que sin costos de ajuste ($\phi = 0$) la condición implica $q_t = 1$ en todo momento: q solo se separa de 1 porque ajustar el capital es costoso.

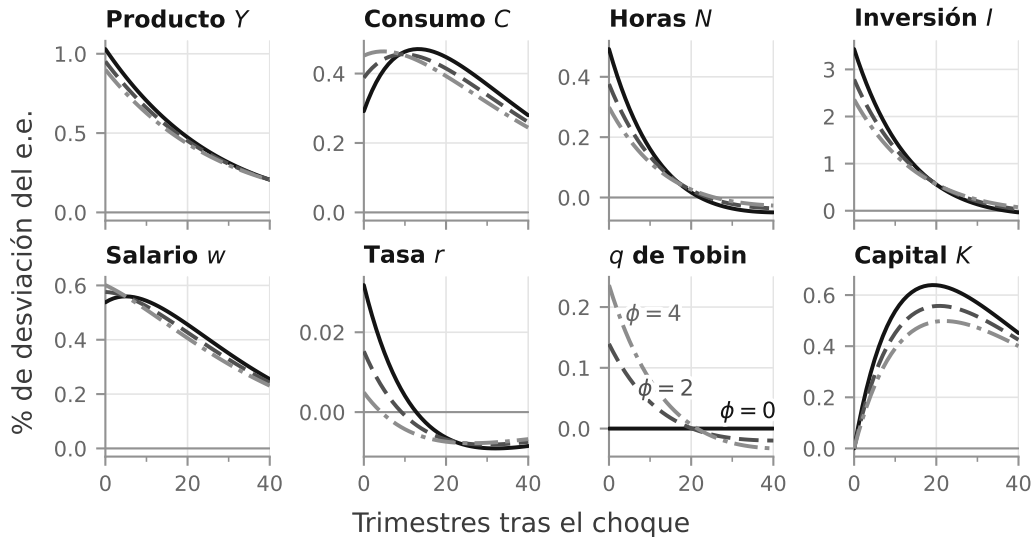
Combinando la condición de primer orden de k_t con las de consumo y ocio (la expansión completa está en el apéndice), la eficiencia dinámica queda:

$$(1 + g)q_t = \tilde{\beta} E_t \left\{ \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right)^\sigma \left[r_{kt+1} + q_{t+1} \left(1 - \delta + \phi \left(\frac{i_{t+1}}{k_t} - g - \delta \right) \frac{i_{t+1}}{k_t} - \frac{\phi}{2} \left(\frac{i_{t+1}}{k_t} - g - \delta \right)^2 \right) \right] \right\}$$

y una condición de arbitraje para la rentabilidad de los bonos:

$$1 + g = \tilde{\beta} E_t \left\{ \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right)^\sigma (1 + r_t) \right\}$$

Costos de ajuste del capital: suavizan la inversión, sin corregir el signo de las horas



Ejercicio: la q de Tobin agregada, en 15 líneas

Construyan q como valor de mercado sobre costo de reposición y estimen la respuesta de la inversión ante $\Delta \log q$:

```
import numpy as np, pandas as pd
from puremacro.fetch import fetch_fred
from puremacro.lp import lp_hac

eq = fetch_fred('NCBEILQ027S') # acciones, MILLONES de dolares
nw = fetch_fred('TNWMVBSNNCB') # valor neto, MILLONES de dolares
q = eq / nw # mismas unidades: q sale adimensional
inv = fetch_fred('PNFI') / fetch_fred('GDP') # nominal/nominal, no GDPC1!

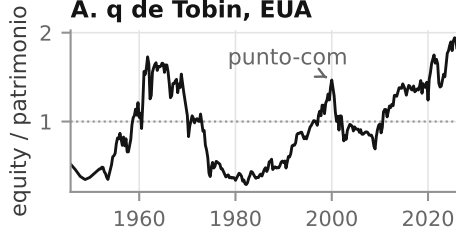
df = pd.DataFrame({'dq': 100*np.log(q).diff(),
                  'dinv': 100*np.log(inv).diff()}).dropna()
res = lp_hac(df, y='dinv', x='dq', horizons=range(0, 13))
```

La relación es débil: el fracaso empírico clásico de la teoría q — en la teoría, q debería ser un estadístico suficiente para la inversión.

Refs: Hayashi (1982); Philippon (2009).

Dos controles de cordura antes de creerse la q agregada

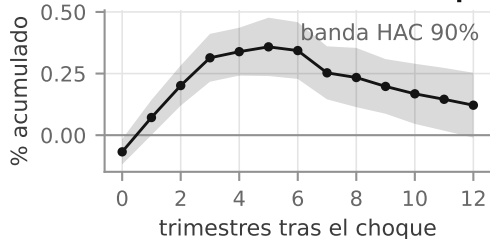
A. q de Tobin, EUA



Unidades: q es un cociente de dos magnitudes en dólares, así que sale **adimensional y del orden de la unidad** (aquí 0.29-1.94, mediana 0.93); si les sale 0.001 mezclaron millones con miles de millones —las dos están en *millones*: comprueben la ficha de FRED, no el nombre—.

Especificación: `lp_hac ya acumula` (regresa $y_{t+h} - y_{t-1}$), de modo que con `dinv` estiman la respuesta del *crecimiento* de la razón nominal, mientras que la figura pasa el *nivel* 100 `log(GPDIC1)` con `n_lags=4` — por eso su eje dice “acumulada”. Reproducirlo es cambiar esas dos cosas.

B. Inversión ante +1% en q



¿Por qué (casi) no predice la inversión la q agregada?

Diagnóstico en tres frentes:

- **Intangibles fuera del denominador:** el costo de reposición omite el capital intangible; la *total* q de Peters-Taylor recupera buena parte del poder predictivo. Gutiérrez y Philippon (2017) documentan la brecha inversión- q y la ligan a concentración e intangibles
- **No convexidades e inacción:** si los costos de ajuste no son convexos, la relación lineal q -inversión se rompe (la evidencia microeconómica sobre los costos de ajuste retoma justo este punto)
- **El ángulo IA:** con el *capex* de los *hyperscalers* 2023-25 y las valoraciones bursátiles concentradas en unas pocas empresas, ¿es informativa una q agregada?

Laboratorio Computacional: dinámica de inversión y de empresas (T07_A)

La microfundamentación de las no convexidades —heterogeneidad de empresas, costos fijos, entrada y salida, y dinámica de selección— se implementa en `notebooks/T07_A_firm_dynamics.ipynb`. La estimación de costos de ajuste convexos y no convexos sobre datos de planta no tiene cuaderno propio: se trabaja con los momentos publicados de la lámina siguiente.

Costos de ajuste de la inversión

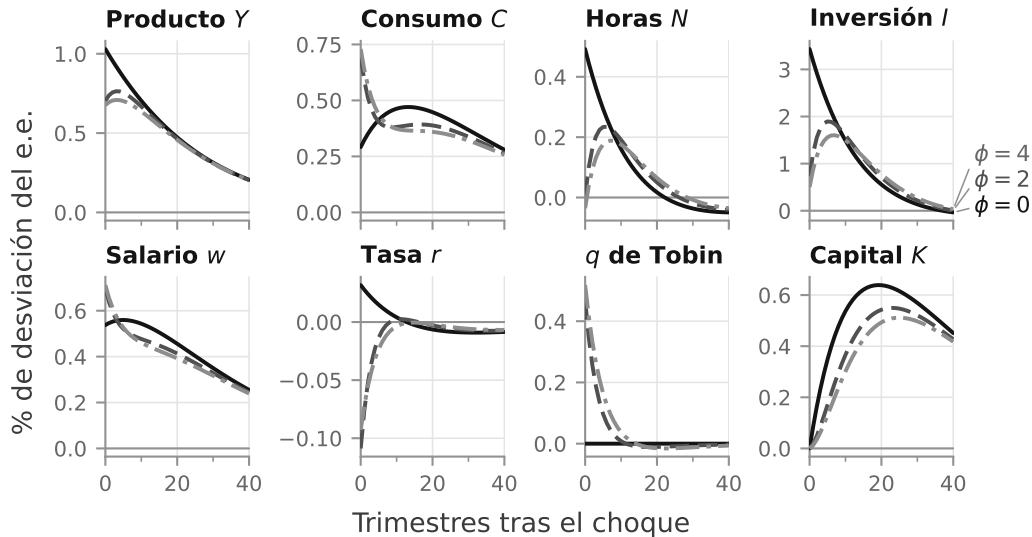
La literatura también ha considerado el caso en el que lo costoso es ajustar la inversión, en vez del acervo de capital:

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t \left[\frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \mu \frac{(1-l_t)^{1-\nu}}{1-\nu} \right] \right\}$$
$$c_t + i_t = a_t k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

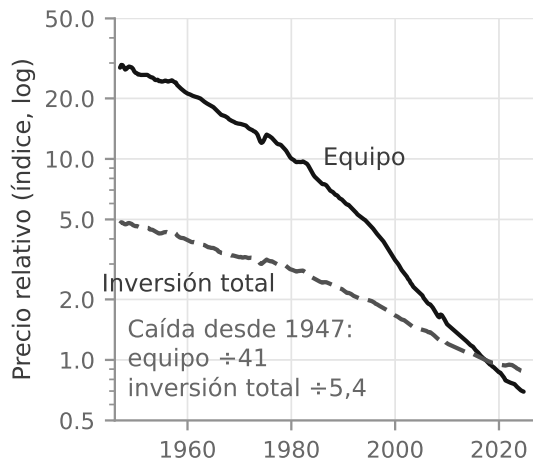
$$(1+g)k_t = (1-\delta)k_{t-1} + i_t - \frac{\phi}{2} \left(\frac{i_t}{i_{t-1}} - 1 \right)^2 i_t$$

Una versión descentralizada del modelo nos permitiría obtener una definición alternativa de la q de Tobin.

Costos de ajuste de la inversión: joroba en la inversión; las horas siguen subiendo



El precio relativo del equipo: la pieza que faltaba



La especificación con costos de ajuste de la inversión es exactamente la que Justiniano, Primiceri y Tambalotti (2010) necesitan para que los choques específicos a la inversión (IST) expliquen alrededor de la mitad de las fluctuaciones de EUA. Y el dato que los motiva es secular:

El precio relativo del equipo cae un factor de ≈ 41 desde 1947 (≈ 371 puntos log, $\approx 4.8\%$ anual: más de un orden y medio de magnitud): el cambio técnico está incorporado a las máquinas. Si el modelo tiene un solo bien, este precio es 1 por construcción.

Fuente: FRED (PERIC equipo, PIRIC inversión total), 1947–2024. Refs: Greenwood, Hercowitz y Krusell (1997); Fisher (2006); Justiniano, Primiceri y Tambalotti (2010).

Choques IST identificados: BQ bivariado con el precio del equipo

Identificación de Fisher (2006) en versión bivariada: el choque IST es el *único* con efecto permanente sobre el precio relativo del equipo.

```
import numpy as np, pandas as pd
from puremacro.fetch import fetch_fred
from puremacro.var.identify.bq import bq_svar

p_i = fetch_fred('PERIC')    # EQUIPO (Fisher 2006), no PIRIC (inv. total)
prod = fetch_fred('OPHNFB')  # productividad del trabajo
Y = pd.concat([100*np.log(p_i).diff(),
               100*np.log(prod).diff()], axis=1).dropna()
res = bq_svar(Y.values, p=4, horizon=20, permanent_var_idx=0)
```

Comparen la IRF empírica ante el choque IST con la IRF del modelo de costos de ajuste de la inversión: ¿mismo signo, misma persistencia?

Mini-proyecto fuera de clase: extensión KORV/KLEMS sobre el panel precocido que viaja con las lecciones (`korv_panel_klems.csv`). `puremacro.klems.load_klems_panel` —módulo de primer nivel, **no** está en `puremacro.fetch`— es la vía general, pero exige montar a mano el árbol crudo de EU-KLEMS en `data/raw/euklems`: no lo hagan si no quieren perder la tarde bajando y ordenando CSV.

Refs: Fisher (2006); Krusell, Ohanian, Ríos-Rull y Violante (2000); Justiniano, Primiceri y Tambalotti (2010).

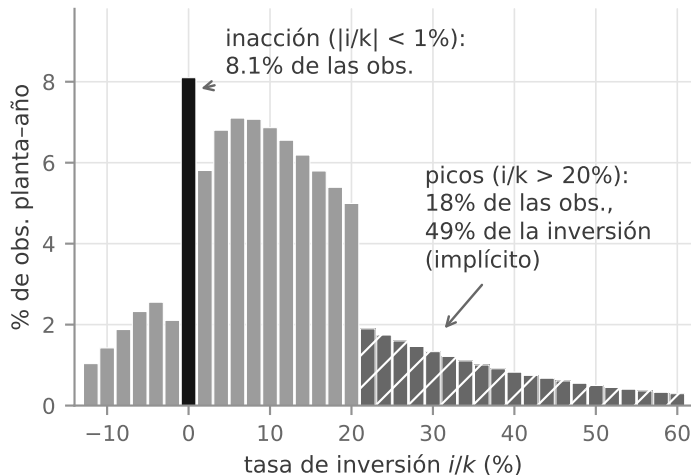
Evidencia sobre los costos de ajuste: inacción y picos, no ajuste suave

Es muy difícil estimar lo costoso que es ajustar el capital o la inversión para una empresa o para el agregado de una economía. Por ejemplo, ϕ es un parámetro difícil de determinar, pero una estrategia sería elegirlo para que la volatilidad relativa de la inversión cumpla algún objetivo o criterio.

La literatura empírica se interesa más en si los costos de ajuste son convexos (como hemos supuesto) y pueden ser integrados en un contexto de aproximaciones locales o si son no convexos y deben ser incorporados y estimados en modelos de programación dinámica. Es una pregunta empírica importante porque los modelos de costos no convexos generan **inacción**: una parada completa de la inversión y de la creación de empleo en una recesión. Los hechos con datos de establecimientos apuntan en esa dirección:

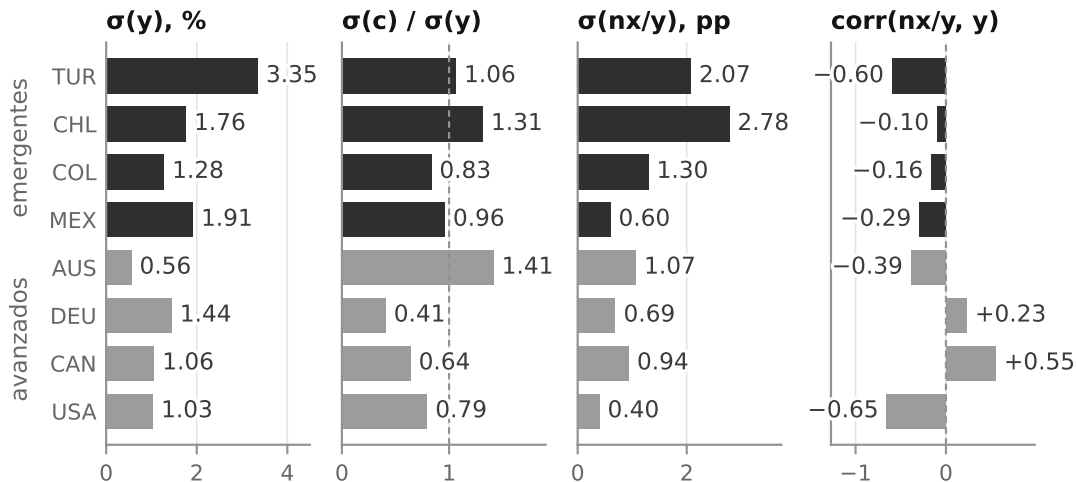
- **Inacción**: en un año típico, una fracción importante de los establecimientos apenas invierte — la distribución de tasas de inversión tiene un pico cerca de cero, incompatible con el ajuste suave y continuo que implican los costos convexos (Cooper y Haltiwanger, 2006)
- **Picos de inversión**: los episodios con tasas de inversión superiores al 20 % concentran una parte desproporcionada de la inversión agregada — el ajuste es intermitente y a saltos (Cooper y Haltiwanger, 2006)
- La inversión responde a los incentivos fiscales mucho más de lo que implican los costos convexos, sobre todo en empresas pequeñas (Zwick y Mahon, 2017); y cuánto importa la no convexidad micro para el agregado depende del estado del ciclo (Winberry, 2021)

La distribución de tasas de inversión: pico de inacción en cero y picos $> 20\%$



El histograma es **estilizado**: el LRD del Censo no es público, así que la forma se calibra contra tres momentos publicados (Cooper y Haltiwanger, 2006, cuadro 1, LRD) —tasa media de inversión 12.2 %, inacción en el 8.1 % de las observaciones planta-año y picos positivos ($i/k > 20\%$) en el 18 %—. El 49 % de la inversión agregada que aportan los picos es implícito de esa calibración, no una cifra del artículo.

El ciclo mexicano no es el de Estados Unidos con más informalidad



Los cuatro paneles, de izquierda a derecha: el producto emergente casi duplica al avanzado; salvo Australia, los avanzados suavizan el consumo; $\sigma(nx/y)$ es mayor en Turquía, Chile y Colombia que en cualquier avanzado; y $\text{corr}(nx/y, y)$ sale negativa salvo en Alemania y Canadá.

El 0.96 mexicano sale de una convención, y hay que declararla

México junta un producto casi el doble de volátil que el estadounidense (1.91 contra 1.03) con un consumo que lo sigue casi punto por punto (0.96 contra 0.79, los dos con HP y la misma convención); el modelo cerrado estándar da 0.44 —la calibración de King y Rebelo (1999)— y más volatilidad de la productividad eleva ambas a la vez.

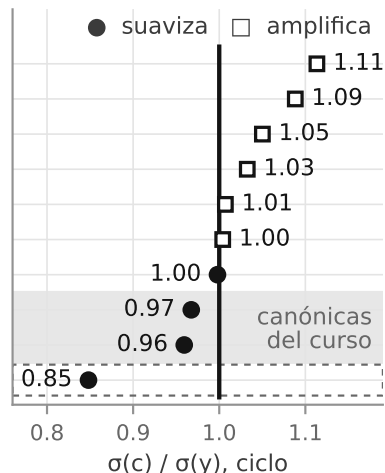
Convención declarada, y sólo de ella sale ese 0.96: OCDE QNA, consumo de hogares (S1M) y PIB, volúmenes trimestrales, 1995Q1–2019Q4, HP con $\lambda = 1600$, ambas series recortadas antes de filtrar, $n = 100$ salvo Colombia (60) y Chile y Turquía (96), y la ventana termina antes de la COVID. El 0.68 de la motivación no es esta cifra con otro filtro: es **otra serie y otra muestra** (el agregado unisectorial de EUA, mazo A4). Con esta serie y esta ventana, EUA con Hamilton da 0.85: *sube* respecto de su 0.79 con HP, no baja. Compararlo con el 0.96 es el error que prohíbe la ficha de medición de seis láminas más adelante. Cambien un campo y cambia la cifra: la lámina siguiente mide cuánto.

Pregunta: un avanzado supera en $\sigma(c)/\sigma(y)$ a los cuatro emergentes. ¿Cuál, y qué comparte con México?

0.44 es el modelo básico de la tabla de momentos. Refs: Mendoza (1991); Aguiar y Gopinath (2007).

La misma pregunta, diez convenciones: el hecho estilizado cruza 1.0 según cómo se mida

Consumo	Muestra de σ	n	Filtro	Filtro sobre
hogares	1996Q4-2026Q1	118	Hamilton	toda la serie
hogares	1997Q4-2026Q1	114	Hamilton	la ventana
hogares	1995Q1-2026Q1	125	HP	la ventana
hogares	1996Q4-2019Q4	93	Hamilton	toda la serie
hogares	1994Q1-2019Q4	104	HP	toda la serie
hogares	1996Q4-2019Q4	93	Hamilton	la ventana
hogares	1994Q1-2019Q4	104	HP	la ventana
hogares	1997Q4-2019Q4	89	Hamilton	la ventana
hogares	1995Q1-2019Q4	100	HP	la ventana
total ‡	1995Q1-2019Q4	100	HP	la ventana



Cada fila es una ficha de medición completa; ‡ marca la única que cambia la serie de consumo.

‡ = consumo final total (P3, S1), frente al consumo de hogares + ISFLSH (P3, S1M) de las nueve primeras.

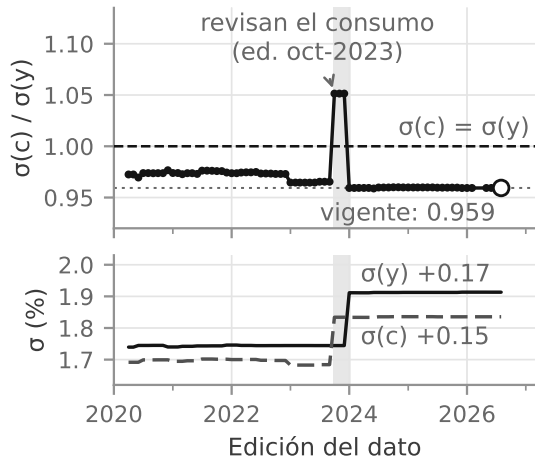
Qué mueve cada convención, y por qué el curso fija una

Las nueve primeras filas comparten consumo y PIB; sólo cambian la ventana, el filtro y la muestra sobre la que se estima. Incluir 1994 —el Tequila— lo lleva a 1.00 con los dos filtros; la COVID, a 1.05–1.11. Las filas “toda la serie” estiman la tendencia con toda la muestra (1994Q1–2026Q1) y recortan sólo después: comparten muestra y n con su gemela “la ventana” ($n = 104$ HP, $n = 93$ Hamilton), así que los 0.009 y los 0.029 que las separan no son burn-in —HP no pierde ninguna— sino *look-ahead*: el ciclo de 2019 sale de datos de 2020–2026 que no existían. Es el ejemplo de las revisiones de datos (vintages) del mazo A1 con otro disfraz. Y la décima mueve el único campo que las nueve fijan —la definición de c —: con consumo total (P3), misma ventana y mismo PIB, México cae a 0.85. La serie pesa tanto como la ventana; y el rango de las nueve, 0.96 a 1.11, cruza el 1.0: la conclusión *cualitativa* cambia de signo.

Por eso el curso fija una convención y la declara. No porque sea la correcta —ninguna lo es—, sino porque es la única forma de que ese número sea comparable con el de la sección cruzada y el de las claves de tarea.

La ficha común a las diez filas: OCDE QNA (SDMX); $y = \text{PIB (B1GQ)}$; volúmenes en $100 \cdot \log$; HP con $\lambda = 1600$ y Hamilton(8, 4); σ con $\text{ddof}=1$.

La misma ventana, el mismo filtro, el mismo país: cambia sólo la edición del dato



Uno. El experimento. La ventana no se mueve (1995Q1-2019Q4, $n = 100$ en las 75 corridas), ni el filtro (HP con $\lambda = 1600$, recortar antes de filtrar), ni el país. Lo único que cambia es la **edición** del dato. La línea debería ser plana y no lo es: rango 0.093, y tres ediciones por encima de 1.0.

Dos. El episodio. Oct-2023: la OCDE revisa el **consumo** y no el PIB — $\sigma(c)$ de 1.684 a 1.834, $\sigma(y)$ clavado en 1.744— y el cociente salta a 1.051: durante **tres meses** el hecho estilizado mexicano fue cierto. Ene-2024: llega la revisión del PIB — $\sigma(y)$ a 1.911— y vuelve a 0.959, el mayor salto entre ediciones consecutivas (0.092).

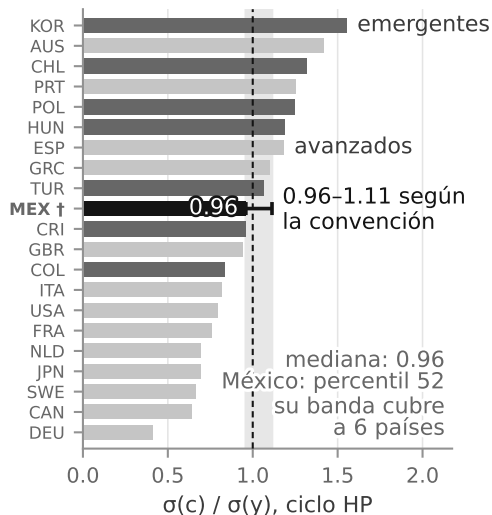
Una revisión escalonada puede fabricar y deshacer un hecho estilizado

Quien corriera el cociente mexicano en noviembre de 2023 publicaría lo contrario que quien lo corrió en enero de 2024.

Tres. El remate. Una revisión **escalonada** —primero el consumo, tres meses después el PIB— puede fabricar y deshacer un hecho estilizado. Es el ejemplo de las revisiones de datos (vintages) del mazo A1 (ALFRED: el PIB de 2008Q4 pasó de -3.8% a $\approx -8.5\%$), ahora sobre un **segundo momento** y no sobre un nivel. Por eso la ficha de medición necesita un **sexto** campo: la edición del dato.

Fuente: OCDE SDMX, «Short-term economic statistics revisions»: 331 ediciones del archivo (1999-02 a 2026-08), de las cuales 75 cubren la ventana completa de México.

México está en la mediana de 21 países, y es el único medido en base fija



Uno. México no está en la cola: su 0.96 es el rango 12 de 21 ordenando de menor a mayor, es decir prácticamente la mediana —que es Costa Rica con 0.9569, contra el 0.9593 de México: coinciden a dos decimales—. La banda que le abre la convención (0.96-1.11) es más ancha que la distancia que lo separa de seis países del ranking.

Dos. La dicotomía de Aguiar y Gopinath aguanta donde se mide volatilidad del producto: $\sigma(y)$ medio de 1.79 en emergentes contra 1.25 en avanzados. No aguanta como dicotomía limpia en el cociente. Cuatro avanzados por encima de 1 —Australia 1.41, Portugal 1.25, España 1.18, Grecia 1.10— y tres emergentes por debajo —México 0.96, Costa Rica 0.96, Colombia 0.83. La diferencia de *medias* de grupo sí está (1.14 contra 0.87); la separación país por país, no.

La ficha de esa sección cruzada, y el aviso que viene detrás

Tres. México es el único de los 21 medido en base fija —el † de la lámina anterior, PRICE_BASE=Q—; los otros veinte, encadenados. La lámina siguiente muestra por qué eso **no** explica su 0.96.

El orden no lo fabrica el filtro: con Hamilton México da 0.97 y sube al puesto 10 de 21, dos escalones, y sigue en el centro de la distribución. La ficha del panel: OCDE QNA, consumo de hogares (P3, S1M) y PIB (B1GQ), ciclo HP con $\lambda = 1600$ sobre 1995Q1–2019Q4, recortando antes de filtrar; $n = 100$ salvo Colombia (60) y Chile, Italia, Países Bajos y Turquía (96).

Verificable en una línea: `pd.read_csv('data_curso/oecd_qna_ag_hogares.csv').groupby(['code', 'price_base']).size().unstack().` Emergentes según Aguiar y Gopinath (2007): MEX, CHL, COL, TUR, POL, HUN, CRI, KOR.

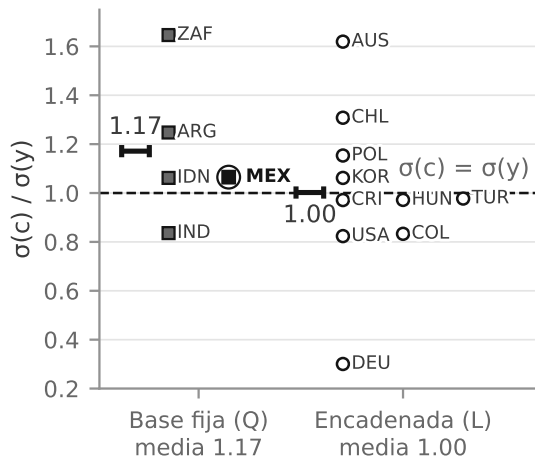
Tres: México es el único de los 21 medido en base fija —y eso no explica su 0.96

Tres, y es el punto —pero ya no es una advertencia pendiente: México es el único de los 21 en *base fija* (PRICE_BASE=Q); los otros veinte, *encadenados* (L). Los pesos de Laspeyres envejecen, así que la sospecha era razonable.

Está contestada, y no por el corte entre países: ampliando el panel, los cinco de base fija con consumo de hogares comparable (ARG, IDN, IND, ZAF y el propio México; los cuatro primeros, fuera de estos 21) sí dan un cociente medio mayor, +0.169 sobre el grupo encadenado —el signo que predice la teoría del índice—, pero indistinguible del ruido con $n = 5$ (Welch $p = 0.354$): ni confirma ni descarta. Es la lámina siguiente.

La respuesta viene de **reconstruir** el encadenado de México: el índice le mueve el cociente 0.001. La base de precios **no** explica el 0.96 ni su lugar en el ranking —las dos láminas siguientes—.

¿La base fija infla el cociente? Con cinco países no se puede saber



Uno. Contestable en principio. Base fija y encadenado no miden la misma varianza fuera del año base, y la teoría del índice predice el signo: la base fija debería *inflar* el cociente. Y hay con qué mirarlo: la OCDE compila en base fija a seis países —ARG, CHN, IDN, IND, MEX, ZAF—, y cinco de ellos entran aquí con consumo de hogares comparable (China queda fuera de la consulta congelada).

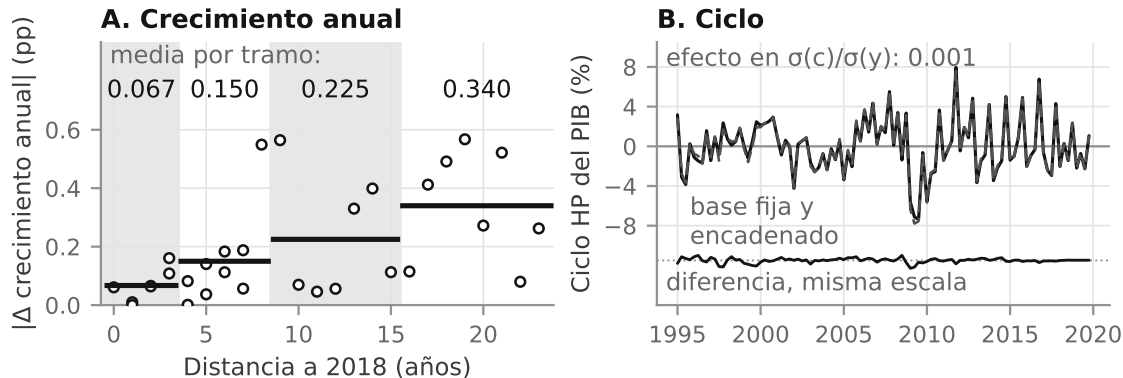
Dos. Y aquí no se contesta. El punto tiene el signo predicho, $+0.169$, y es indistinguible del ruido: Welch $t = 0.98$ ($p = 0.354$), Mann-Whitney $p = 0.254$, $n = 5$. Y **ningún** país publica las dos bases —el test intra-país, el único limpio, es imposible— y los cinco son emergentes: base e ingreso van confundidos.

Con este diseño no se resuelve: si el dato no existe, se construye

Tres. Conclusión, y a dónde va. Con **este** diseño no se resuelve: el corte transversal no separa la base del ingreso. Pero no queda como advertencia abierta: si el dato no existe, se **construye**. La lámina siguiente reconstruye el encadenado de México, y el índice mueve el cociente 0.001. Y ojo: en 2004Q1–2019Q4 México da 1.06, no 0.96 —la ventana común a los cinco países de base fija empieza en 2004, y eso solo ya mueve el número más que la fórmula del índice.

Grupo L, declarado *ex ante*: los siete emergentes de Aguiar-Gopinath compilados en encadenado (CHL, COL, CRI, HUN, KOR, POL, TUR) más USA, DEU y AUS. Con los 20 encadenados del panel: $+0.254$, Welch $p = 0.144$.

El contrafactual no se observa: se construye. El PIB encadenado de México, reconstruido



Uno. Qué se hizo. El dato que contestaría no existe, así que se fabrica: con los componentes del gasto en las dos bases de precios se arma un **Laspeyres anual con solape anual** —el estándar de Eurostat y la OCDE—: deflactor implícito anual por componente, trimestre a precios del año previo, agregación y enlace con referencia 2018.

Por qué la reconstrucción está bien hecha, y qué mueve de verdad

Dos. Por qué sabemos que está bien hecho. No por fe: tiene que exhibir el **patrón característico** del arrastre de ponderaciones, y lo exhibe. Su discrepancia con la base fija en el crecimiento anual crece con la distancia al año base —0.067 pp a 0-3 años, 0.150 a 4-8, 0.225 a 9-15, 0.340 a 16-40; corr = +0.545—. Coinciden en 2018 y se separan al alejarse: lo que exige la teoría del índice. Ésa es la validación.

Tres. El resultado. El índice mueve el crecimiento anual **hasta** 0.57 pp (1999) y el cociente cíclico 0.001. No es contradicción: el arrastre es de **baja frecuencia** —deriva lenta del deflactor relativo— y el filtro se lo lleva como **tendencia**. Mueve mucho los niveles y casi nada el segundo momento; las cuatro celdas filtro $\times$ ventana coinciden.

La moraleja es de método. La sospecha estaba bien planteada y ahora está **refutada con el dato**, no discutida: se contestó construyendo el contrafactual en vez de argumentarlo.

Regla del curso: ningún segundo momento se publica sin su ficha de medición

Las cinco láminas de medición no son una curiosidad estadística: son la razón por la que el mismo cociente aparece con valores distintos en documentos distintos del curso. La lección se convierte en método.

La ficha de medición

Toda cifra de segundo momento —una volatilidad, un cociente de volatilidades, una correlación cíclica— se publica con seis campos: (1) fuente y serie exacta; (2) muestra; (3) filtro y su parámetro; (4) base de precios del volumen; (5) el orden de las operaciones, es decir si se recorta antes o después de filtrar; y (6) la **edición** —el *vintage*— del dato, porque la ventana, el filtro y el país pueden estar fijos y el número moverse de todos modos. Sin los seis, el número no es replicable — y el rango 0.96-1.11 de las convenciones y el 0.093 de las ediciones miden exactamente cuánto se está callando.

¿Y si el consumo mexicano estuviera mal medido? Dos tests que no lo respaldan

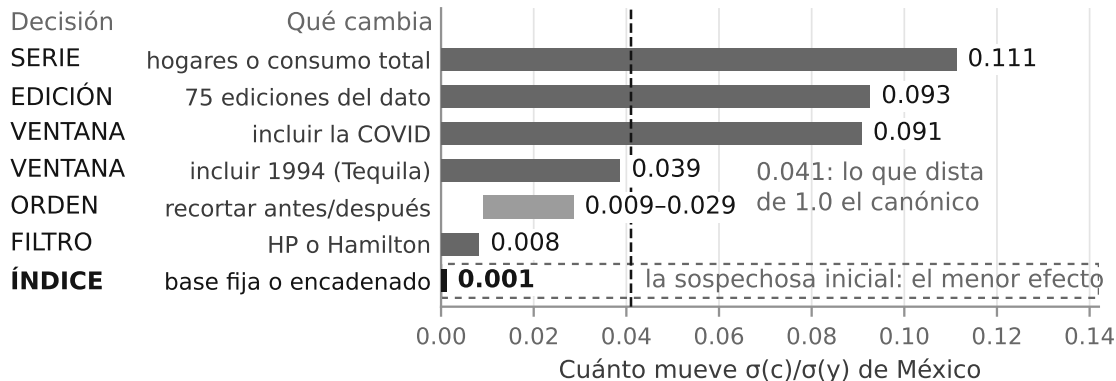
Queda una pregunta abierta, que no es un resultado: ¿puede el consumo medido con fuentes primarias débiles y alta informalidad sesgar estos momentos? Es una hipótesis razonable, y aquí no la vamos a afirmar.

El primer test no la respalda. Si el consumo mexicano fuera un residuo contable del PIB debería seguirlo demasiado bien, y la correlación cíclica $c-y$ de México es 0.851: sexta de 21, por debajo de Corea, Chile, España, Estados Unidos y Portugal, contra una mediana muestral de 0.78. Por ese lado no hay anomalía que detectar.

El segundo tampoco, y es independiente porque no mira correlaciones sino la contabilidad: si el consumo se obtuviera por diferencia, la identidad del gasto cerraría con precisión de máquina. No cierra. A precios corrientes y sin ajuste estacional, $P3 + P51G + P52 + P6 - P7$ ($P53$ es nulo en México) excede al PIB publicado en $+0.85\%$ en promedio; en constantes queda en -0.95% . Hay una **discrepancia estadística** de $\approx 0.9\%$ del PIB — justo lo que no existiría si el consumo fuera el residuo.

Lo honesto es dejarlo así: una pregunta plausible con **dos** tests que no la respaldan. Ninguno la mata, pero tampoco puede invocarse como explicación mientras nadie la mida. Es humildad empírica, no un hallazgo — y la disciplina de la ficha vale tanto para las cifras que nos gustan como para las que no.

La ficha de medición, ordenada por cuánto mueve el número cada campo



Uno. La ficha no es burocracia. Sus campos no son una lista de cortesía: están **ordenados**, y el orden se mide. Cada barra es lo que mueve $\sigma(c)/\sigma(y)$ de México cambiar **una sola** decisión, todo lo demás igual. La referencia en 0.041 es lo que dista de 1.0 el número canónico: a su derecha, una sola decisión cambia la respuesta *cualitativa*.

El campo que se discute no es el que mueve el número

Dos. Se discute el campo equivocado. El que más se debate en clase —**el filtro**, HP contra Hamilton— mueve 0.008: de los que menos pesan. El que casi nunca se declara —**la edición** del dato— mueve 0.093, once veces más: es el segundo de los siete, y sólo lo supera la definición de *c*.

Tres. Y la sospechosa inicial es la más pequeña. La fórmula del índice —la que motivó dos láminas de advertencias— mueve 0.001: cien veces menos que la elección de serie. Cuál hipótesis es peligrosa **no se sabe** hasta que alguien la mide.

Las siete cifras se **derivan** de las funciones que dibujan las láminas anteriores —ninguna está tecleada—, así que la síntesis no puede discrepar de la lámina de la que sale. ORDEN es un rango porque depende del filtro (0.009 con HP, 0.029 con Hamilton).

La deuda externa es el margen que el modelo cerrado no tiene

Una economía pequeña y abierta toma la tasa de interés mundial como dada y separa lo que produce de lo que absorbe. La restricción de recursos deja de igualar producto y gasto interno, y aparece un acervo nuevo —la deuda externa neta d_t — que acumula el exceso de absorción sobre producto:

$$c_t + i_t + nx_t = y_t, \quad d_{t+1} = (1 + r_t)d_t - nx_t$$

Endeudarse no es gratis: la condición de no-Ponzi prohíbe pagar intereses emitiendo deuda indefinidamente,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E_t \left[\frac{d_{t+T+1}}{\prod_{j=0}^T (1 + r_{t+j})} \right] \leq 0$$

Iterando la ley de movimiento hacia adelante con $r_t = r$ constante — $d_t = \frac{nx_t}{1+r} + \frac{d_{t+1}}{1+r}$, y sustituyendo repetidamente— y usando que en el óptimo la condición se cumple con igualdad, queda la restricción presupuestaria intertemporal del país:

$$(1 + r)d_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{E_t [nx_{t+j}]}{(1 + r)^j}$$

La deuda de hoy es el valor presente de los superávits comerciales futuros: la absorción se desacopla del producto periodo a periodo, pero no en valor presente.

Con la economía cerrada, $\sigma(c) > \sigma(y)$ exigiría una inversión menos volátil que el consumo

Escribamos la identidad del gasto en desviaciones respecto de la media, con $\hat{c}_t$ e $\hat{i}_t$ en desviaciones relativas, $\widehat{nx}_t$ en unidades de producto y participaciones $s_c = \bar{C}/\bar{Y}$, $s_i = \bar{I}/\bar{Y}$:

$$\hat{y}_t = s_c \hat{c}_t + s_i \hat{i}_t + \widehat{nx}_t$$

En la economía cerrada $\widehat{nx}_t \equiv 0$ y $s_c + s_i = 1$, de modo que

$$\sigma_y^2 = s_c^2 \sigma_c^2 + s_i^2 \sigma_i^2 + 2s_c s_i \rho_{ci} \sigma_c \sigma_i$$

Pedir $\sigma_c > \sigma_y$ equivale a $(1 - s_c^2) \sigma_c^2 > s_i^2 \sigma_i^2 + 2s_c s_i \rho_{ci} \sigma_c \sigma_i$ y, como $1 - s_c^2 = s_i(1 + s_c)$, dividiendo entre $s_i > 0$:

$$(1 + s_c) \sigma_c^2 > s_i \sigma_i^2 + 2s_c \rho_{ci} \sigma_c \sigma_i$$

Con $s_c = 0.75$ y $\rho_{ci} = 1$ —el caso del modelo de ciclos económicos reales, donde el mismo choque mueve consumo e inversión— y escribiendo $m = \sigma_i/\sigma_c$, la condición se reduce a $m^2 + 6m - 7 < 0$, es decir $m < 1$: la inversión tendría que ser *menos* volátil que el consumo. En los datos $\sigma_i/\sigma_c \approx 2.9$.

Abrir la economía reintroduce $\widehat{nx}_t$: si las exportaciones netas son suficientemente contracíclicas restan varianza a $\hat{y}$ sin restársela a $\hat{c}$, y $\sigma(c) > \sigma(y)$ deja de ser aritméticamente imposible. Ésa era la apuesta.

Con r exógeno y constante la deuda tiene raíz unitaria

El hogar que elige d_{t+1} sujeto a $c_t = y_t + d_{t+1} - (1 + r_t)d_t$ satisface la condición de Euler

$$u'(c_t) = \beta (1 + r_{t+1}) E_t [u'(c_{t+1})]$$

Con $r_t = r$ constante y exógeno, $\beta(1 + r) < 1$ lleva a desahorrar sin límite y $\beta(1 + r) > 1$ a acumular activos sin límite: sólo $\beta(1 + r) = 1$ admite estado estacionario, y entonces $u'(c_t) = E_t[u'(c_{t+1})]$. La utilidad marginal es una martingala: el consumo tiene raíz unitaria, $\bar{d}$ queda indeterminado y los momentos de segundo orden que queremos comparar con los datos no existen.

Schmitt-Grohé y Uribe (2003): basta con hacer la prima creciente en la deuda, $r_t = r^* + p(d_t)$ con $p'(\cdot) > 0$, tomada como dada por el hogar porque depende de la deuda *agregada*.

La prima creciente en la deuda la ancla

Con esa prima, el estado estacionario determinista queda determinado por

$$1 = \beta [1 + r^* + p(\bar{d})] \implies p(\bar{d}) = \beta^{-1} - 1 - r^*$$

y con $u'(c) = c^{-\sigma}$, tomando logaritmos en la Euler y linealizando alrededor de $\bar{d}$,

$$\sigma (\log c_{t+1} - \log c_t) \simeq \frac{p'(\bar{d})}{1 + \bar{r}} (d_{t+1} - \bar{d})$$

el consumo crece cuando la deuda excede su nivel de largo plazo: el país ahorra y la deuda regresa a $\bar{d}$.

Hay al menos otros tres cierres —costos de cartera cuadráticos en la desviación de la deuda, factor de descuento endógeno y mercados completos—: a frecuencias de ciclo producen dinámicas prácticamente indistinguibles. Difieren en el largo plazo, no en el ciclo.

Refs: Schmitt-Grohé y Uribe (2003).

La prima de riesgo país es contracíclica y entra al modelo como cuña laboral

La prima no sólo ancla la deuda: es una fuente de fluctuaciones por derecho propio. Separemos sus dos componentes,

$$r_t = r^* + p_t, \quad p_t = p(d_t) + \tilde{p}_t, \quad \tilde{p}_t = \rho_p \tilde{p}_{t-1} + \epsilon_{pt}$$

donde $\tilde{p}_t$ es el componente exógeno — u_t sigue siendo la intensidad de uso del capital— y es contracíclico: la prima sube cuando la actividad cae. Neumeyer y Perri (2005) le dan mordida real con capital de trabajo: la empresa debe prepagar una fracción ζ de su nómina, de modo que resuelve

$$\max_{k_{t-1}, l_t} a_t k_{t-1}^\alpha l_t^{1-\alpha} - w_t l_t (1 + \zeta r_t) - r_{kt} k_{t-1} \implies (1 - \alpha) a_t k_{t-1}^\alpha l_t^{-\alpha} = w_t (1 + \zeta r_t)$$

Como el hogar iguala su tasa marginal de sustitución a w_t , el equilibrio cumple $TMS_t = PML_t/(1 + \zeta r_t)$: una tasa de interés contracíclica es una cuña laboral contracíclica, con $1 - \tau_{lt} = 1/(1 + \zeta r_t)$. Mueve las horas sin mover la productividad total de los factores, y por eso explica una fracción grande del ciclo emergente.

Uribe y Yue (2006): la causalidad corre en los dos sentidos. La tasa mundial mueve las primas y la actividad emergente, pero las primas también responden a las condiciones internas y amplifican el choque original.

Pregunta: ¿qué signo predice esta cuña para $\text{corr}(h, y/h)$? Con $y/h = a k^\alpha h^{-\alpha}$, subir h sin mover a baja y/h —justamente el criterio empírico que ningún mecanismo de preferencias había logrado.

En los emergentes el ciclo es la tendencia

El modelo estándar considera que choques estacionarios de productividad perturban a la economía de su equilibrio a largo plazo, lo que resulta en que el mecanismo de suavizar el consumo intertemporalmente domina y el consumo de equilibrio fluctúa menos que la producción de equilibrio.

Aguiar y Gopinath (2007) documentan que economías pequeñas, abiertas y emergentes experimentan fluctuaciones de consumo mayores que de producción. Argumentan que países como México están sujetos a más choques permanentes (p. ej., incertidumbre política) que países como Canadá: como el choque a la *tasa de crecimiento* es persistente, la productividad de mañana no sólo hereda el choque de hoy —anuncia crecimiento adicional—, de modo que la renta permanente sube *más* que la corriente y el hogar, lejos de suavizar, consume por encima del incremento del producto. La réplica de ese hecho con datos actuales de la OCDE — $\sigma(c)/\sigma(y)$ por país— es el mini-proyecto entregable.

Laboratorio Computacional: choques a la tendencia (T02_B) y dinámica de firmas (T07_A)

La simulación de choques persistentes a la tasa de crecimiento se desarrolla en `notebooks/T02_B_rbc_dynare_local.ipynb`: barriendo σ_g/σ_a de 0 a 3, el modelo cerrado sube $\sigma(c)/\sigma(y)$ de 0.33 a 0.58 y se queda corto. La dinámica y selección de firmas está en `notebooks/T07_A_firm_dynamics.ipynb`.

Deflactar por $A_t^{1/(1-\alpha)}$ elimina la tendencia estocástica

El modelo parte de la misma tecnología

$$Y_t = A_t K_{t-1}^\alpha (z_t L_t)^{1-\alpha}$$

pero con un proceso de productividad no estacionario

$$\Delta \log(A_t) = (1 - \rho_a)g_a + \rho_a \Delta \log(A_{t-1}) + \epsilon_t$$

que podemos reescribir en niveles como:

$$g_t = \exp(g_a)^{1-\rho_a} g_{t-1}^{\rho_a} \exp(\epsilon_t)$$

donde $g_t = \frac{A_t}{A_{t-1}}$ y podemos escribir el proceso en logaritmos como

$$\log(g_t) = (1 - \rho_a)g_a + \rho_a \log(g_{t-1}) + \epsilon_t$$

El modelo debe ser transformado para que no tenga tendencia estocástica, para lo que hay que deflactar las variables por $A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}$. De esta forma escribimos la producción como

$$y_t = \frac{Y_t}{A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}} = A_t^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{K_{t-1}}{A_{t-1}^{\frac{1}{1-\alpha}}} \right)^\alpha A_{t-1}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (z_t L_t)^{1-\alpha} = g_t^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} k_{t-1}^\alpha (z_t l_t)^{1-\alpha}$$

Tras deflactar, el descuento efectivo hereda los choques permanentes

Con esta transformación —y preferencias Cobb-Douglas con participación del consumo μ_c — podemos escribir el problema de planificación social como:

$$\max_{l_t, c_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left(\prod_{s=1}^t g_s^{\frac{\mu_c(1-\sigma)}{1-\alpha}} \right) \left[\frac{c_t^{\mu_c(1-\sigma)} (1-l_t)^{(1-\mu_c)(1-\sigma)}}{1-\sigma} - 1 \right] \right\}$$

donde el factor $\prod_{s \leq t} g_s^{\mu_c(1-\sigma)/(1-\alpha)}$ proviene de deflactar el consumo por $A_t^{1/(1-\alpha)} = \prod_{s \leq t} g_s^{1/(1-\alpha)}$ (con $A_0 = 1$): el descuento efectivo es estocástico porque hereda los choques permanentes. El problema queda sujeto a:

$$c_t + k_t - (1-\delta)g_t^{-\frac{1}{1-\alpha}} k_{t-1} = g_t^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} k_{t-1}^{\alpha} (z_t l_t)^{1-\alpha}$$

donde cada variable con tendencia se deflacta por el $A^{1/(1-\alpha)}$ de su propia fecha (por eso k_{t-1} aparece multiplicado por $g_t^{-1/(1-\alpha)}$), y a procesos que definen los choques permanentes y transitorios a la productividad

$$\log(g_t) = (1-\rho_a)g_a + \rho_a \log(g_{t-1}) + \epsilon_{gt} \quad \text{y} \quad \log(z_t) = \rho_z \log(z_{t-1}) + \epsilon_{zt}$$

Costos de ajuste con choques permanentes

Podemos escribir un problema similar con costos de ajuste del capital:

$$\max_{l_t, c_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left(\prod_{s=1}^t g_s^{\frac{\mu_c(1-\sigma)}{1-\alpha}} \right) \left[\frac{c_t^{\mu_c(1-\sigma)} (1-l_t)^{(1-\mu_c)(1-\sigma)}}{1-\sigma} - 1 \right] \right\}$$

sujo a:

$$c_t + k_t - (1-\delta)g_t^{-\frac{1}{1-\alpha}} k_{t-1} + \frac{\phi}{2} \left(g_t^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{k_t}{k_{t-1}} - e^{\frac{g_a}{1-\alpha}} \right)^2 g_t^{-\frac{1}{1-\alpha}} k_{t-1} = g_t^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} k_{t-1}^{\alpha} (z_t l_t)^{1-\alpha}$$

El costo se paga sobre el capital *sin deflactar*: como $K_t = k_t A_t^{1/(1-\alpha)}$, su tasa bruta de crecimiento es $K_t/K_{t-1} = g_t^{1/(1-\alpha)} k_t/k_{t-1}$, y por eso el paréntesis lleva $g_t^{1/(1-\alpha)}$, no g_t . El centro es el crecimiento medio del capital, $e^{g_a/(1-\alpha)}$, no el de A_t : en la senda balanceada ($k_t = k_{t-1}$, $g_t = e^{g_a}$) el paréntesis se anula, igual que en las especificaciones estacionarias.

Dos interacciones merecen atención. Con la política fiscal: dada una tasa marginal τ_t , un gasto G_t y transferencias ω_t , la trayectoria del endeudamiento —interno o externo— depende de la naturaleza de los choques a la productividad. Y con la inversión: las empresas cambian sus decisiones en función del cociente σ_z/σ_g , porque un choque permanente justifica ajustar el acervo de capital y uno transitorio no compensa pagar el costo de ajuste.

Con un siglo de datos, el modelo de tendencia suaviza demasiado el consumo mexicano

Aguiar y Gopinath estiman con muestras de dos décadas. García-Cicco, Pancrazi y Uribe (2010) repiten el ejercicio con series anuales de 1900 a 2005 para Argentina y México, y el veredicto se invierte justo en el momento que motivaba la hipótesis:

- Estimado por el método generalizado de momentos con México 1900–2005, el modelo de tendencia predice $\sigma(\Delta c)/\sigma(\Delta y) = 3.1/5.2 = 0.60$: consumo *menos* volátil que el producto, cuando el siglo de datos da $6.2/4.1 = 1.50$
- La balanza comercial falla por persistencia y por escala, no por signo. Con Argentina, la autocorrelación de nx/y del modelo es casi plana en la unidad (0.99 al primer orden) frente a 0.58 en el dato, y su desviación estándar es 106.6 contra 5.2. Acierta la correlación con el producto (−0.02 contra −0.04), pero *subestima* las de nx/y con consumo e inversión (−0.02 y −0.03 contra −0.27 y −0.19): resulta menos contracíclico, no más
- La muestra larga no apaga por sí sola el choque de tendencia: sin fricciones la mediana posterior es $\sigma_g = 0.030$ con $\rho_g = 0.83$; sólo al admitir la fricción financiera cae a $\sigma_g = 0.0071$ con $\rho_g = 0.35$, y la verosimilitud marginal logarítmica sube de 547.6 a 600.6. Apaga la tendencia el modelo aumentado, no el siglo de datos

El desacuerdo sigue abierto: sobre la muestra —un siglo mezcla regímenes muy distintos— y sobre qué momentos deben disciplinar la estimación.

Pregunta: ¿qué momento adicional pedirían para separar “choque de tendencia” de “prima contracíclica”? Pista: mueven las horas por canales distintos.

Refs: García-Cicco, Pancrazi y Uribe (2010); Aguiar y Gopinath (2007); Schmitt-Grohé y Uribe (2003).

Mini-proyecto: ¿el ciclo ES la tendencia? $\sigma(c)/\sigma(y)$ en 15+ países

Repliquen el hecho con datos actuales de la OCDE, 1995–2025: barras por país, emergentes vs avanzados, con México vs Canadá como contraste estrella.

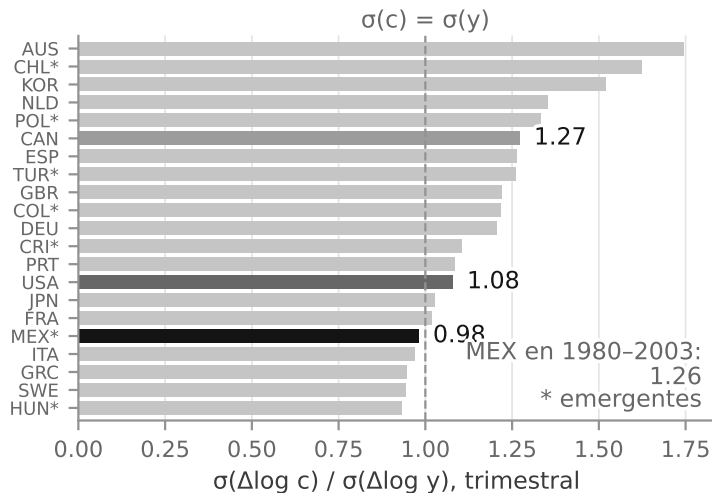
```
import numpy as np, pandas as pd
# 21 países, consumo de HOGARES (P3, S1M): el concepto de Aguiar-Gopinath
df = pd.read_csv('data_curso/oecd_qna_ag_hogares.csv', parse_dates=['date'])
# formato LARGO [code, date, variable, value]: pivotear primero
w = df.pivot_table(index=['code','date'], columns='variable', values='value')
c, y = w['log_conh_real'], w['log_gdp_real'] # ya en log-niveles
```

El CSV trae consumo de **hogares** (P3, S1M): no hay que restar el de gobierno. Y no usen `fetch_qna_expenditure`, que filtra `PRICE_BASE='L'` y devuelve México **vacío sin avisar**. Con consumo *total* (P3, S1) México baja de 0.96 a 0.85: la definición de *c* es el campo que más mueve el número.

Entregable (nota de una página): ¿sobrevive el hecho en 1995–2025? Si no, ¿la culpa es de la muestra, del filtro o del modelo? La respuesta debe hacerse cargo de las dos hipótesis rivales: choque de tendencia contra prima de riesgo contracíclica. Extensión: correlacionar con el EPU medio por país (`from puremacro.fetch import epu`, luego `epu.fetch()` — submódulo, hay que importarlo explícitamente; incluye México) — ¿identifica algo esa correlación?

Refs: Aguiar y Gopinath (2007); García-Cicco, Pancrazi y Uribe (2010); Neumeyer y Perri (2005).

$\sigma(c)/\sigma(y)$ por país, 1995-2025: dónde cae México



Ojo a la ficha: aquí el cociente se mide sobre **tasas de crecimiento** trimestrales, no sobre el ciclo HP de las láminas anteriores, y la ventana llega a 2025.

Fuente: OCDE QNA; México en volúmenes a precios constantes de 2018.

Una parada súbita obliga a la absorción a caer punto por punto

Supongamos que el financiamiento externo se corta: la deuda deja de poder crecer y queda sujeta a un tope, $d_{t+1} \leq d_{\text{máx}}$. La ley de movimiento de la deuda deja de ser una elección y se vuelve una restricción,

$$nx_t = (1 + r_t)d_t - d_{t+1} \geq (1 + r_t)d_t - d_{\text{máx}}$$

y como $c_t + i_t = y_t - nx_t$ con un producto casi predeterminado en el corto plazo, la mejora forzada de las exportaciones netas se paga peso por peso con absorción. No hace falta un choque a la productividad total de los factores para producir una recesión profunda: basta con que el acreedor cambie de opinión.

Con dos bienes el mecanismo se enriquece. Los términos de intercambio p_t^x/p_t^m trasladan a la renta real lo que no está en los volúmenes: una caída reduce el ingreso real para un volumen dado de exportaciones; si se percibe transitoria el país se endeuda y la cuenta corriente se deteriora, y si se percibe permanente la absorción cae. El ajuste exige además una depreciación real.

Refs: Calvo, Izquierdo y Mejía (2004); Mendoza (2010); Uribe y Yue (2006).

México 1995: el retrato empírico de una parada súbita

Ancla empírica: en México las exportaciones netas pasaron de -3.6% del PIB en 1994 a $+2.2\%$ en 1995 —una reversión de 5.8 puntos del producto en un año—, con el PIB real cayendo 6.2% y el consumo privado 9.5% en la base 1993 —el consumo cae 1.5 veces más— pero 5.9% y 6.0% en la QNA retropolada, la convención de este mazo: prácticamente lo mismo. El episodio no decide por sí solo si hay exceso de volatilidad del consumo; lo que decide es el **sexto campo de la ficha**, la edición del dato, actuando ahora sobre un episodio y no sobre un segundo momento. Ése es el retrato de una parada súbita, y la norma de las crisis latinoamericanas: reversiones abruptas de la cuenta corriente, depreciación real fuerte y colapso del producto, agrupadas en el tiempo. Pregunta: ¿qué mecanismo del menú reproduce una caída simultánea de consumo e inversión *sin* caída de la productividad total de los factores?

nx/y: OCDE QNA a precios corrientes (las series de la figura de momentos). PIB y consumo de 1995: INEGI/Banco Mundial, base 1993; la QNA retropolada (volúmenes, hogares) suaviza esas caídas a 5.9% y 6.0% .

El marcador: cada mecanismo contra los cuatro criterios empíricos

La competencia anunciada con la motivación de Galí se salda aquí: ¿qué corrige cada mecanismo y a qué precio?

Mecanismo	Horas ↓ (Galí)	σ_c/σ_y	σ_i/σ_y	$\text{corr}(h, y/h)$
Trabajo indivisible	×	×	~	×
Márgenes ext. e int.	×	~	~	×
Utilidad no separable (ap.)	×	~	~	×
Producción doméstica (ap.)	×	✓	×	~
Utilización variable	×	~	~	~
Costos de ajuste de k	×	✓	✓	×
Ajuste de i + choques IST	~	~	✓	~
Tendencia estocástica	~	✓	×	~
Deuda externa + prima de riesgo	×	✓	~	✓

Criterios de datos (EUA, filtro de Hamilton): las horas **caen** tras el choque tecnológico identificado a la Galí; $\sigma_c/\sigma_y = 0.68$; $\sigma_i/\sigma_y = 1.98$; $\text{corr}(h, y/h) \lesssim 0$ (en la tabla de momentos, $\text{corr}(e, a) = -0.31$). ✓ = acerca el modelo al dato; × = no lo corrige o lo empeora; ~ = depende de la calibración y es deliberadamente discutible: defender o refutar cada celda con ~ es repaso de examen. “(ap.)” señala los dos mecanismos cuya álgebra vive en el apéndice; se puntúan igual. El trabajo indivisible corrige un quinto criterio que la tabla no muestra: σ_h/σ_y , demasiado baja en el modelo básico. La última fila se puntúa con momentos incondicionales: el ✓ de $\text{corr}(h, y/h)$ viene de que la prima contracíclica opera como cuña laboral y mueve las horas sin mover la productividad total de los factores.

Notación: un símbolo, un significado

α	participación del capital
ν	curvatura del ocio
σ (sin subíndice)	curvatura del consumo (CRRA)
$\sigma(x), \sigma_x$	desviación estándar de x
ϵ	curvatura del ocio en la utilidad no separable
μ, μ_c	pesos de utilidad
$\tilde{\beta}, 1 + g$	descuento y crecimiento sin tendencia
θ_t	fracción empleada en la lotería de empleo
B	desutilidad del empleo indivisible
e_t, l_t	empleo y horas por empleado
σ_e, σ_l	curvaturas de la desutilidad
ψ	elasticidad adicional del producto en las horas
u_t	intensidad de uso del capital
$\tilde{\delta}, \omega$	escala y curvatura de $\delta(u)$ isoelástica
$\delta_0, \delta_1, \delta_2$	coeficientes de $\delta(u)$ cuadrática

ϕ	costo de ajuste del capital o de la inversión
$q_t = \lambda_{it}/\lambda_{ct}$	q de Tobin
$\lambda_{ct}, \lambda_{it}$	multiplicadores de recursos e inversión
$g_t = A_t/A_{t-1}$	choque permanente a la productividad
z_t	choque transitorio a la productividad
ρ_a, g_a	persistencia y media del crecimiento
d_t	deuda externa neta
nx_t	exportaciones netas
r^*	tasa de interés mundial
$p(d_t), p_t$	prima de riesgo país
$\tilde{p}_t$	componente exógeno de la prima
ζ	fracción de la nómina prepagada
s_c, s_i	participaciones de consumo e inversión
χ, ξ	peso y curvatura del agregador CES doméstico
B_h, η, m_t	tecnología y tiempo de producción doméstica

ϕ es *únicamente* el costo de ajuste del capital o de la inversión: por eso la depreciación endógena lleva δ_1, δ_2 y el agregador doméstico lleva χ . La productividad doméstica es B_h para no chocar con la desutilidad B del empleo indivisible. En B2 ϕ es otra cosa —la elasticidad del emparejamiento respecto del desempleo— y ahí se declara aparte. u_t es, *en este mazo*, la intensidad de uso del capital —el componente exógeno de la prima es $\tilde{p}_t$ —; en el bloque de fricciones laborales (B2) u_t es la tasa de desempleo, y en la taxonomía de choques de A4 es la innovación i.i.d. de la volatilidad estocástica. Lo mismo con θ_t : aquí es la fracción empleada de la lotería de Hansen-Rogerson; en B2 es la tensión del mercado laboral $\theta = V/U$ —ambos desembocan en la misma curva de Beveridge—; en A4 es el choque de demanda a la utilidad del ocio. Cuatro avisos más frente a A4: la probabilidad de empleo de la lotería se escribe π_t en A4 y θ_t aquí; la B de aquí multiplica a esa probabilidad y la de A4 a las horas agregadas $l_t = \pi_t \bar{h}$, de modo que la de A4 vale $B/\bar{h}$; ζ es aquí la fracción de nómina prepagada y en A4 el choque al descuento intertemporal; y la q_t del apéndice de A4 es un choque específico a la inversión, no la q de Tobin. La σ sin subíndice es la curvatura del consumo; con subíndice de variable ($\sigma_y, \sigma_c, \sigma_i$) o de choque (σ_z, σ_g) es una desviación estándar, salvo σ_e, σ_l , que son las curvaturas del bloque de márgenes.

Apéndice: expansión del Euler de la q de Tobin

La condición de primer orden respecto de k_t , antes de sustituir los multiplicadores por q_t :

$$(1 + g)\lambda_{it} = \tilde{\beta}E_t \left\{ r_{kt+1}\lambda_{ct+1} - \lambda_{it+1}\frac{\phi}{2} \left(\frac{i_{t+1}}{k_t} - \delta - g \right)^2 \right. \\ \left. + \lambda_{it+1}\phi \left(\frac{i_{t+1}}{k_t} - \delta - g \right) \frac{i_{t+1}}{k_t} + \lambda_{it+1}(1 - \delta) \right\}$$

Dividiendo por λ_{ct} , usando $q_t = \frac{\lambda_{it}}{\lambda_{ct}}$ y la condición de primer orden del consumo, que implica $\frac{\lambda_{ct+1}}{\lambda_{ct}} = \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right)^\sigma$, se obtiene la condición de eficiencia dinámica de la q de Tobin.

Apéndice: utilidad no separable entre ocio y consumo

$$\max_{c_t, l_t, k_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\beta}^t (1 - \sigma)^{-1} \left[c_t^{1-\sigma} \exp \left[\frac{(1-\sigma)\mu}{1-\epsilon} ((1-l_t)^{1-\epsilon} - 1) \right] - 1 \right] \right\}$$

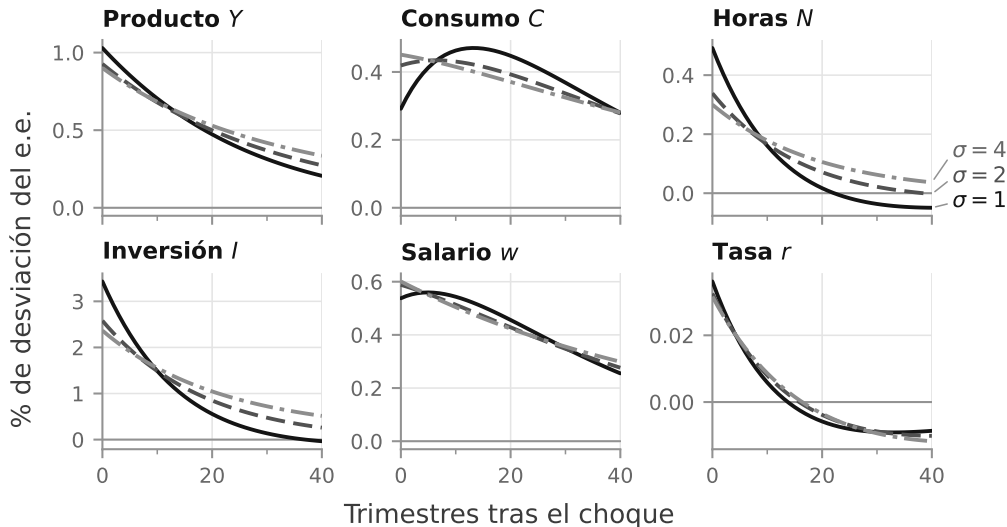
donde $\tilde{\beta} = \beta(1 + \hat{N})(1 + g)^{1-\sigma}$ es el factor de descuento transformado en su forma general: sólo el consumo lleva tendencia, así que al deflactar c_t por $(1 + g)^t$ el sumando t aporta $(1 + g)^{t(1-\sigma)}$, y la población aporta el factor $(1 + \hat{N})^t$; la curvatura del ocio ϵ *no* entra porque el ocio es estacionario. El problema queda sujeto a la restricción de recursos habitual

$$c_t + (1 + g)k_t - (1 - \delta)k_{t-1} = a_t k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

Los parámetros σ y ϵ determinan la intensidad de la respuesta del consumo, la inversión y la oferta laboral ante choques en productividad. Lo más importante del modelo es entender cómo se ha transformado el factor de descuento al deflactar las variables.

Ejercicio de pizarra (5 min): deriven la condición de eficiencia estática y el Euler de este problema y comparen con el caso separable: ¿por qué la no separabilidad cambia la respuesta de las horas ante un choque persistente? La transformación del descuento reaparece en cada modelo con crecimiento.

Apéndice: la utilidad no separable modula consumo y horas, pero no cambia el signo de las horas



Apéndice: el modelo de producción doméstica

Los hogares dedican recursos a la producción doméstica, con implicaciones sobre la medición del PIB real, sobre todo en los países más pobres. Este mecanismo afecta también a la intensidad con la que los hogares están dispuestos a sustituir trabajo ante un choque en productividad o de otra naturaleza, con consecuencias importantes para el movimiento cíclico de la economía.

Vamos a escribir un modelo típico de producción doméstica, sin política fiscal

$$\max_{l_t, m_t, k_t, k_{dt}} E_0 \left\{ \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left[\log(c_t) + \mu \frac{(1 - l_t - m_t)^{1-\nu}}{1 - \nu} \right] \right\}$$

sujeto a:

$$c_t = \left[\chi c_{mt}^{\xi} + (1 - \chi) c_{ht}^{\xi} \right]^{\frac{1}{\xi}}$$

$$c_{ht} = B_h k_{dt-1}^{\eta} m_t^{1-\eta}$$

$$c_{mt} + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} + k_{dt} - (1 - \delta)k_{dt-1} = a_t k_{t-1}^{\alpha} l_t^{1-\alpha}$$

El peso del agregador CES se escribe χ y la productividad doméstica B_h : ϕ queda reservado al costo de ajuste del capital y B a la desutilidad del empleo indivisible.

Apéndice: la producción doméstica amplifica el ciclo si hay sustitución

La producción doméstica amplifica el ciclo económico ante un mismo choque de productividad siempre que el consumo de mercado y el doméstico sean sustitutos ($\xi \in (0, 1)$, elasticidad $1/(1 - \xi) > 1$): ante una mejora de productividad en el mercado, el hogar transfiere horas de trabajo doméstico hacia la empresa, potenciando la respuesta del empleo y de la producción agregada por encima de lo que permite la elasticidad Frisch estándar.

Apéndice: micro y agregado coinciden — el consumo doméstico y el de mercado son sustitutos

En estos modelos es difícil determinar la elasticidad de sustitución entre consumo doméstico y de mercado, entre capital y tiempo doméstico, y la elasticidad de sustitución intertemporal del trabajo. Las dos estrategias de identificación llegan al mismo sitio:

Rupert, Rogerson y Wright (1995): PSID

Submuestra	θ (e.e.)	$\frac{1}{1-\theta}$
Solteros	-0.076 (0.432)	0.9
Solteras	0.506 (0.146)	2.0
Parejas, ecs. (22)-(23)	0.363 (0.069)	1.6
Parejas, ec. (20)	0.750 (0.123)	4.0

θ es la curvatura CES entre consumo de mercado y doméstico (la ξ del mazo); la elasticidad es $1/(1 - \theta)$: > 1 = sustitutos.

McGrattan, Rogerson y Wright (1997): agregado

Parámetro	Estimación (e.e.)
b_2 : curvatura CES mercado-hogar	0.429 (0.116)
a_2 : peso del consumo de mercado	0.414 (0.250)
b_3 : curvatura CES del sector hogar	0.189 (0.123)
σ : curvatura CRRA	6.783 (5.985)

Tabla 1a del artículo; b_2 (la ξ del mazo) implica una elasticidad $1/(1 - b_2) \approx 1.75 > 1$: sustitutos.

A la izquierda, estimación microeconométrica con el Panel Study of Income Dynamics. A la derecha, estimación por máxima verosimilitud (filtro de Kalman) de un modelo con política fiscal, que además estima los choques a la productividad de mercado y doméstica y a la política de impuestos y transferencias como un vector autorregresivo; la literatura posterior recurre también a métodos bayesianos.

Apéndice: ¿la IA como tecnología de producción doméstica?

Ancla empírica: Aguiar, Hurst y Karabarbounis (2013) — alrededor del 30 % de las horas de mercado perdidas en la Gran Recesión se reasignaron a producción doméstica: evidencia directa del canal $\xi > 0$.

Debate en parejas (10 min):

- Si los LLMs elevan la productividad doméstica B_h , ¿las horas de mercado se vuelven más o menos volátiles?
¿El PIB medido sub- o sobreestima entonces el bienestar?
- Los electrodomésticos fueron cambio técnico específico a la inversión *del hogar* y empujaron trabajo *hacia* el mercado — ¿la IA hará lo mismo o lo contrario?

Cierre del instructor en pizarra: ¿cómo entra B_h en la condición de eficiencia estática? (B_h aparece en $c_{ht} = B_h k_{dt-1}^\eta m_t^{1-\eta}$.)

Refs: Benhabib, Rogerson y Wright (1991); Aguiar, Hurst y Karabarbounis (2013); Greenwood, Seshadri y Yorukoglu (2005).

Apéndice: Aguiar y Gopinath (2007), Cuadro 2 — economías emergentes

País	$\sigma(C)/\sigma(Y)$	$\sigma(I)/\sigma(Y)$	$\sigma(NX/Y)$
Argentina	1.38 (0.07)	2.53 (0.01)	2.56 (0.67)
Brasil	2.01 (0.07)	3.08 (0.03)	2.61 (0.92)
Ecuador	2.39 (0.01)	5.56 (0.01)	5.68 (1.07)
Israel	1.60 (0.00)	3.42 (0.04)	2.12 (0.18)
Corea	1.23 (0.06)	2.50 (0.04)	2.32 (0.51)
Malasia	1.70 (0.03)	4.82 (0.02)	5.30 (0.77)
México	1.24 (0.05)	4.05 (0.02)	2.19 (0.32)
Perú	0.92 (0.08)	2.37 (0.01)	1.25 (0.15)
Filipinas	0.62 (0.12)	4.66 (0.02)	3.21 (0.34)
Rep. Eslovaca	2.04 (0.08)	7.77 (0.02)	4.29 (0.56)
Sudáfrica	1.61 (0.08)	3.87 (0.03)	2.46 (0.50)
Tailandia	1.09 (0.07)	3.49 (0.01)	4.58 (0.85)
Turquía	1.09 (0.06)	2.71 (0.03)	3.23 (0.40)
Media	1.45	3.91	3.22

Filtro HP ($\lambda = 1600$). Errores estándar GMM entre paréntesis. En economías emergentes el consumo supera la volatilidad del producto ($\sigma(C)/\sigma(Y) = 1.45 > 1$) y la balanza comercial es fuertemente contracíclica ($\rho(tb/y, y) = -0.51$).

Apéndice: Aguiar y Gopinath (2007), Cuadro 2 — economías avanzadas

País	$\sigma(C)/\sigma(Y)$	$\sigma(I)/\sigma(Y)$	$\sigma(NX/Y)$
Australia	0.69(0.00)	3.69(0.03)	1.08(0.12)
Austria	0.87(0.14)	2.75(0.04)	0.65(0.04)
Bélgica	0.81(0.13)	3.72(0.04)	0.91(0.07)
Canadá	0.77(0.09)	2.63(0.03)	0.91(0.08)
Dinamarca	1.19(0.10)	3.90(0.02)	0.88(0.14)
Finlandia	0.94(0.07)	3.26(0.02)	1.11(0.10)
Países Bajos	1.07(0.09)	2.92(0.03)	0.71(0.09)
Nueva Zelanda	0.90(0.10)	4.38(0.02)	1.37(0.18)
Noruega	1.32(0.12)	4.33(0.03)	1.73(0.19)
Portugal	1.02(0.11)	2.88(0.05)	1.16(0.12)
España	1.11(0.07)	3.70(0.03)	0.86(0.07)
Suecia	0.97(0.14)	3.66(0.04)	0.94(0.09)
Suiza	0.51(0.31)	2.56(0.05)	0.96(0.09)
Media	0.94	3.41	1.02

Filtro HP ($\lambda = 1600$). Errores estándar GMM entre paréntesis. En economías avanzadas el consumo suaviza las fluctuaciones del ingreso ($\sigma(C)/\sigma(Y) = 0.94 < 1$) y la contraciclicidad del saldo comercial es mucho más moderada ($\rho(tb/y, y) = -0.17$).